

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ АКАДЕМІКА
СТЕПАНА ДЕМ'ЯНЧУКА

Р.М.Літнарівч

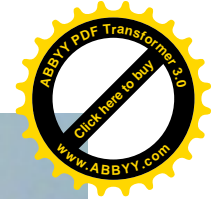
**КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

ЗАЛЕЖНІСТЬ РОСТУ І ВАГИ ДІТЕЙ ВІД ВІКУ

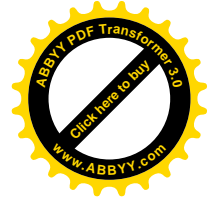
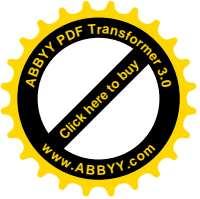
КНИГА 10



Рівне, 2010



*Літнарівч Руслан Миколайович
кандидат технічних наук, доцент*



УДК 378.147.31

Літнарівч Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Залежність росту і ваги дітей від віку. Книга 10. МЕНУ, Рівне, 2010,- 84 с.

Рецензент: С.В.Лісова, доктор педагогічних наук, професор

Відповідальний за випуск:Й.В.Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

На основі фактичних даних залежності росту і ваги дітей від віку встановлюються емпіричні формули, які дають змогу визначати нормальний розвиток дитини, або відхилення від нормального розвитку у даному конкретному регіоні.

Аналогічні дослідження бажано провести для кожного дитячого навчального закладу з тим, щоб прогнозувати і корегувати нормальний розвиток дітей.

На основе фактических данных зависимости роста и веса ребенка от его возраста устанавливаются эмпирические формулы, которые дают возможность определять нормальное развитие ребенка, или отклонение от нормального развития в данном конкретном регионе.

Аналогичные исследования желательно провести для каждого детского учебного заведения с тем, чтобы прогнозировать и корректировать нормальное развитие детей.

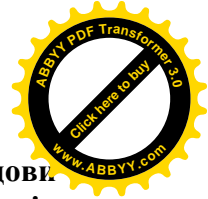
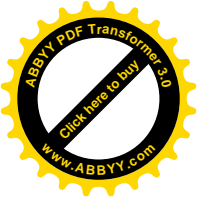
On the basis of fact sheets of dependence of growth and weight of child from his weight empiric formulas which enable are set to determine normal development of child, or deviation from normal development in this concrete region, are set.

It is desirable to conduct analogical researches for each child's educational establishment in order to forecast and correct normal development of children.

© Літнарівч Р.М.

Зміст

Передмова	5
РОЗДІЛ 1.Розробка методологічних основ побудови математичної моделі залежності росту і ваги дітей від віку	
1.1. Теоретико-методологічні аспекти онтодидактичного підходу представлення поліноміальної апроксимації.....	6
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	10
РОЗДІЛ 2. Встановлення емпіричних формул за результатами експериментальних даних	
2.1. Побудова математичної моделі залежності росту X_1 і ваги дітей X_2 від віку Y (пряма задача).....	13
2.2. Контрольні розрахунки для ранжированого ряду.....	19
Висновки.....	22
РОЗДІЛ 3. Дослідження оберненої задачі	
3.1. Побудова математичної моделі залежності росту дітей X_1 і їх віку X_2 від ваги Y (обернена задача).....	23
Висновки.....	26
3.2. Побудова математичної моделі залежності віку дітей X_1 і їх ваги X_2 від росту Y (обернена задача).....	27
Висновки.....	42
РОЗДІЛ 4. Побудова і дослідження імітаційної моделі	
4.1. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	43
4.2. .Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	55
4.3. Висновки	70
Заключення.....	71
Літературні джерела.....	72
Додатки.....	75



ПЕРЕДМОВА

На основі фактичних даних залежності росту і ваги дітей від віку встановлюються емпіричні формули, які дають змогу визначати нормальний розвиток дитини, або відхилення від нормального розвитку у даному конкретному регіоні [1, 3, 7, 10, 11, 12, 14, 15, 21, 22, 23].

Аналогічні дослідження бажано провести для кожного дитячого навчального закладу з тим, щоб прогнозувати і корегувати нормальний розвиток дітей.

На основі даних антропометричних досліджень дитячого дошкільного навчального закладу «Барвінок» Рівненської області Рокитнівського району с. Карпилівки, проведених Єремейчук Валентиною Василівною, студенткою групи ППН81, проведені математичні дослідження і побудовані відповідні математичні моделі, на основі яких появляється можливість встановлювати нормальний розвиток конкретної дитини для даного регіону, прогнозувати цей розвиток і, при необхідності, корегувати його.

Аналогічні дослідження необхідно виконувати в кожному дитячому навчальному закладі і, навіть, середній школі з тим, щоб на науковій основі рости майбутнє покоління.

Робота буде корисною для студентів і аспірантів педагогічних вузів, магістрантів факультету Кібернетики МЕНУ, які вивчають курс Педагогіки вищої школи, для вчителів і педагогів, медичних працівників.

РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі залежності росту і ваги дітей від віку

1.1. Теоретико-методологічні аспекти онтодидактичного підходу представлення поліноміальної апроксимації

Слово «онтодидактика» означає наставляння («дидактика») по суті («онто»). Суть же онтодидактичних прийомів в тому, що знаходяться більш прості або більш короткі методи подачі вже усталеного теоретичного матеріалу.

Знаходження цих нових методів процес не простий і потребує постійної «налаштованості» на бажання покращити, вдосконалити подачу матеріалу.

В даній роботі розглядається новий підхід до подачі матеріалу по темі «Поліноміальна апроксимація», розробляються необхідні контролі і повна оцінка точності зрівноважених елементів, приводяться практичні результати по розробленому автором алгоритму в MS EXCEL [17,-с.5].

1. Знаходиться матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

$$N = X X^T, \tag{1.1.1}$$

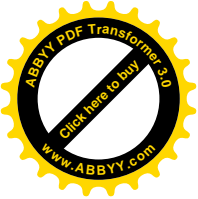
$m \times m$ $m \times n$ $n \times m$

де X^T - транспонована матриця коефіцієнтів початкових умовних рівнянь X .

2. Визначається обернена матриця Q

$$Q = N^{-1}. \tag{1.1.2}$$

$m \times m$ $m \times m$



3. Обчислюється вектор вільних членів \mathbf{b}

$$\dots \quad \mathbf{b} = \mathbf{Y} \mathbf{X}^T \quad (1.1.3)$$

$1 \times m$ $1 \times n$ $n \times m$

4. Вичисляється вектор невідомих \mathbf{a}

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} \mathbf{Q} \quad (1.1.4)$$

$1 \times m$ $1 \times m$ $m \times m$

5. Виконується контроль обчислень

$$\mathbf{b} = \mathbf{a} \mathbf{N} \quad (1.1.5)$$

$1 \times m$ $1 \times m$ $m \times m$

6. Знаходиться вектор зрівноважених значень \mathbf{Y}'

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{a} \mathbf{X} \quad (1.1.6)$$

$1 \times n$ $1 \times m$ $m \times n$

7. Обчислюється середня квадратична похибка (стандарт) одиниці ваги μ (мю)

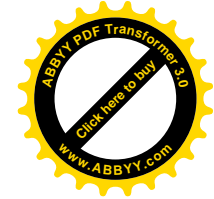
$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_1^n V V}{n - m - 1}} \quad (1.1.7)$$

$1 \times n$ $n \times 1$

де

$$V = \mathbf{Y}' - \mathbf{Y} \quad (1.1.8)$$

$1 \times n$ $1 \times n$ $1 \times n$



8. Знаходяться обернені ваги коефіцієнтів a_i апроксимуючого поліному, як діагональні елементи оберненої матриці \mathbf{Q}

$$\frac{1}{P_{aj}} = Q_{jj} \quad , \quad (j = 0, 1, 2, \dots, m) \quad (1.1.9)$$

9. Їх стандарти (середні квадратичні похибки)

$$\sigma_{ai} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{ai}}} \quad (1.1.10)$$

де $\sigma_0 = \mu$

10. Знаходиться допоміжна матриця \mathbf{Q}'

$$\mathbf{Q}' = \mathbf{Q} \mathbf{X} \quad (1.1.11)$$

$m \times n$ $m \times m$ $m \times n$

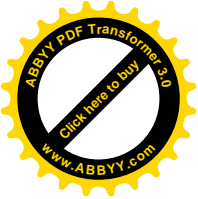
11. Обчислюється обернена вага функції зрівноважених величин як добуток двох векторів построчно

$$\dots \dots \dots \quad \frac{1}{P_{y'}} = \mathbf{X}' \mathbf{Q}' \quad (1.1.12)$$

1×1 $1 \times m$ $m \times 1$

12. Розраховуються стандарти зрівноваженої функції

$$\dots \dots \dots \quad \sigma_{y'} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{y'}}} \quad (1.1.13)$$



13. Розроблена нами контрольна формула оцінки точності зрівноваженої функції [15,-с.69]

$$Y = aX_1 + bX_2 + c \quad (1.1.14)$$

вперше апробується в даній монографії

$$m_Y = \sqrt{\frac{m_a^2 X_1^2 + m_b^2 X_2^2 + m_c^2 X_0^2 + 2\mu^2 (Q_{12} X_1 + Q_{13} X_2 + Q_{23} X_1 X_2)}{Q_{13} X_2 + Q_{23} X_1 X_2}} \quad (1.1.15)$$

У формулі (1.1.15) Q_{12}, Q_{13}, Q_{23} - елементи оберненої матриці Q

$$Q = N^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix}, \quad (1.1.16)$$

m_a, m_b, m_c – середні квадратичні похибки апроксимованих коефіцієнтів a, b, c;

X_1, X_2, X_0 – елементи матриці початкових рівнянь X.



1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту

ДАНІ АНТРОПОМЕТРИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ:

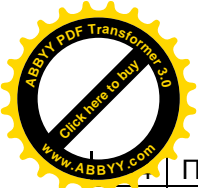
ДИТЯЧИЙ САДОК «БАРВІНОК»

Рівненська обл., Рокитнівський район, с.Карпилівка

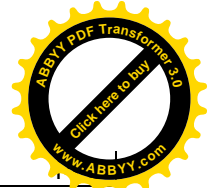
(проведені Єрмейчук Валентиною Василівною студенткою гр.ППІН81 16.12.2009)

Таблиця 1. Дані антропометричних досліджень

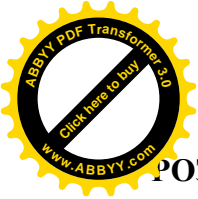
№ п/п	ПІП дитини	Вік (років) У	Довжина тіла(м)	Маса тіла(кг)
1	Антикало Дарина Андріївна	5,3333	1,11	19
2	Антикало Андрій Валерійович	4,6666	1,13	21
3	Бричка Владислав Петрович	5,3333	1,12	18,5
4	Бричка Віталій Іванович	5,3333	1,07	18
5	Бричка Вадим Миколайович	5,0833	1,07	20
6	Делейчук Валентин Михайлович	5,25	1,08	20
7	Захарченко Василь Владиславович	5,6666	1,03	17
8	Козаченко Авраам Федорович	5,1666	1,04	17,5
9	Костюк Яна Леонідівна	5,4166	1,1	18
10	Костогриз Марія Федорівна	5,25	1,05	17,5
11	Кляпко Богдан Юрійович	5,6666	1,15	17
12	Лук'янчук Олексій Федорович	4,5	1,12	18
13	Нестерчук Настя Володимирівна	5,08333	1,03	18



7	Пахнюк Данік Петрович	4,5	1,1	18
15	Трохимчук Катерина Василівна	5	1,15	17,3
16	Чубик Галина Іванівна	5,25	1,05	17
17	Чубик Аня Сергіївна	4	1,06	16,8
18	Шинкар Олександр Сергійович	4,5	1,1	17
19	Шупрудько Олександр Олександрович	5,9166	1,15	22
20	Осипчук Василь Русланович	5,1666	1,22	25,5
21	Бричка Владислав Вікторович	5,5	1,15	18
22	Бричка Вадим Русланович	6	1,1	18
23	Нестерчук Дмитро Вікторович	5,9166	1,09	19,5
24	Кисорець Аліна Вікторівна	5	1,13	19
25	Лук'янчук Вікторія Вікторівна	5,25	1,11	17,5
26	Лук'янчук Іван Богданович	5,4166	1,07	17,5
27	Боюка Петро Юрійович	5,5	1,11	19
28	Бричка Давид Володимирович	5,25	1,14	21
29	Нестерчук Анна Валентинівна	6	1,16	18
30	Лук'янчук Юлія Федорівна	5	1,02	16
31	Сорока Катерина Богданівна	4	1,04	18
32	Кутасевич Аліна Романівна	4,1666	1,08	18
33	Бричка Гнат Вікторович	5	1,05	18,5
34	Мартинюк Володимир Володимирович	5,4166	1,09	19,5
35	Мартинюк Василь Михайлович	5,5833	1,14	19
36	Мартинюк Олександр Михайлович	4,5833	1,04	19,5
37	Козаченко Альона Степанівна	5,1666	1,05	17,5
38	Чубик Іван Анатолійович	5,0833	1,16	22,5
39	Осипчук Катерина Василівна	5,6666	1,12	18,4
40	Бричка Юлія Іванівна	5,5	1,04	17,8
41	Мартинюк Назар Станіславович	6	1,2	22,2
42	Козаченко Андрій Богданович	5	1,14	19,5
43	Антикало Катерина Валентинівна	3,25	1,02	18
44	Бричка Валентина Михайлівна	3,5833	1	15,8
45	Бричка Ольга Вікторівна	3,75	1,08	14,4
46	Гончар Дарина Іванівна	3,4166	1,1	15,2
47	Григорчук Юлія Іванівна	3,75	0,97	13,5



48	Григорчук Лілія Адамівна	3,3333	1,02	
49	Дракус Вікторія Анатоліївна	4,3333	1,04	15,6
50	Ковалевич Юлія Олександрівна	3,3333	0,99	14
51	Лук'янчук Микита Богданович	4,4166	1,04	16
52	Лук'янчук Наталія Федорівна	3,0833	0,95	14,5
53	Мартинюк Ольга Юріївна	4,0833	1,06	16,7
54	Мисюкевич Оксана Володимирівна	3,6666	1,04	15,5
55	Сорока Наталія Володимирівна	4	1,04	16,7
56	Сорока Катерина Юріївна	3,5833	1,02	15,8
57	Чебанова Аня Миколаївна	3,9166	1,06	13,5
58	Антикало Аня Володимирівна	3,5	1,07	13,9
59	Делейчук Вадим Федорович	4,25	1,13	14,9
60	Ковалець Юлія Станіславівна	4	0,96	13,4
61	Антикало Віка Михайлівна	2,4166	0,95	15,2
62	Бричка Олександр Степанович	2,75	0,97	15,5
63	Боюка Андрій Іванович	2,0833	0,88	12
64	Григорчук Дмитро Володимирович	2,5	0,98	15,2
65	Григорчук Роман Валерійович	2,6666	0,98	16,4
66	Кулик Аліна Петрівна	2,9166	0,95	13,7
67	Козаченко Артем Васильович	2	0,88	12
68	Прокопчук Аня Богданівна	2,75	0,94	14,5
69	Примак Дмитро Олександрович	2,8333	1,03	17,5
70	Примак Діана Олександрівна	2,8333	0,94	13,5
71	Сорока Вадим Трохимович	2,5	0,91	13,5
	$\Sigma =$	313,58143		1217,7
		Y		X

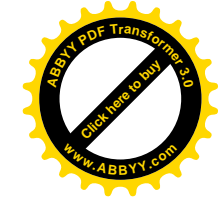


РОЗДІЛ 2. Встановлення емпіричних формул за результатами експериментальних даних

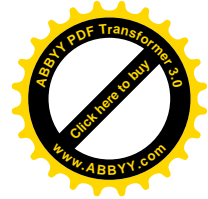
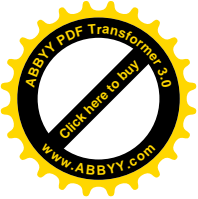
2.1. Побудова математичної моделі залежності росту X1 і ваги дітей X2 від віку Y (пряма задача)

Таблиця 2. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь X і вектор результативної ознаки Y

№	X0	Довж X1	Маса X2	Y
1	1	1,11	19	5,3333
2	1	1,13	21	4,6666
3	1	1,12	18,5	5,3333
4	1	1,07	18	5,3333
5	1	1,07	20	5,0833
6	1	1,08	20	5,25
7	1	1,03	17	5,6666
8	1	1,04	17,5	5,1666
9	1	1,1	18	5,4166
10	1	1,05	17,5	5,25
11	1	1,15	17	5,6666
12	1	1,12	18	4,5
13	1	1,03	18	5,08333
14	1	1,1	18	4,5
15	1	1,15	17,3	5
16	1	1,05	17	5,25
17	1	1,06	16,8	4
18	1	1,1	17	4,5
19	1	1,15	22	5,9166
20	1	1,22	25,5	5,1666
21	1	1,15	18	5,5
22	1	1,1	18	6
23	1	1,09	19,5	5,9166
24	1	1,13	19	5
25	1	1,11	17,5	5,25
26	1	1,07	17,5	5,4166



27	1	1,11	19	5,5
28	1	1,14	21	5,25
29	1	1,16	18	6
30	1	1,02	16	5
31	1	1,04	18	4
32	1	1,08	18	4,1666
33	1	1,05	18,5	5
34	1	1,09	19,5	5,4166
35	1	1,14	19	5,5833
36	1	1,04	19,5	4,5833
37	1	1,05	17,5	5,1666
38	1	1,16	22,5	5,0833
39	1	1,12	18,4	5,6666
40	1	1,04	17,8	5,5
41	1	1,2	22,2	6
42	1	1,14	19,5	5
43	1	1,02	18	3,25
44	1	1	15,8	3,5833
45	1	1,08	14,4	3,75
46	1	1,1	15,2	3,4166
47	1	0,97	13,5	3,75
48	1	1,02	14,3	3,3333
49	1	1,04	15,6	4,3333
50	1	0,99	14	3,3333
51	1	1,04	16	4,4166
52	1	0,95	14,5	3,0833
53	1	1,06	16,7	4,0833
54	1	1,04	15,5	3,6666
55	1	1,04	16,7	4
56	1	1,02	15,8	3,5833
57	1	1,06	13,5	3,9166
58	1	1,07	13,9	3,5
59	1	1,13	14,9	4,25
60	1	0,96	13,4	4
61	1	0,95	15,2	2,4166
62	1	0,97	15,5	2,75



63	1	0,88	12	2,0833
64	1	0,98	15,2	2,5
65	1	0,98	16,4	2,6666
66	1	0,95	13,7	2,9166
67	1	0,88	12	2
67	1	0,94	14,5	2,75
69	1	1,03	17,5	2,8333
70	1	0,94	13,5	2,8333
71	1	0,91	13,5	2,5
Σ	71	75,16	1217,7	313,5814

Пряма задача

N=XXt	Система нормальних рівнянь		
	n	[x1]	[x2]
	[X1]	[X1^2]	[X1X2]
	[X2]	[X1X2]	[X2^2]

N=XXt	Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь		
	71	75,16	1217,7
	75,16	79,9374	1299,258
	1217,7	1299,258	21342,09

b=YXt	Вектор вільних членів	
	313,5814	
	336,3971	
	5520,375	

Q=N^-1	Обернена матриця Q		
	3,789627	-4,6347439	0,065931
	-4,63474	6,8566513	-0,15298
	0,065931	-0,1529762	0,005598

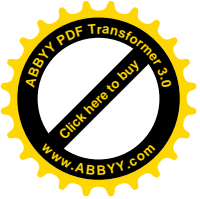
a=bQ	Шукані коефіцієнти a і b		
	c=	-6,7956766	вільн.чл
	a=	8,7024052	дляX1
	b=	0,1166147	

	Вік=	Ріст+	Вага	
Контрольне визначення функцією "ЛИНЕЙН"				
b	a	c	Fтабл=	2,739502
0,11661468	8,702405	6,795677	a	b
0,049698316	1,739337	1,293081	m(a)	m(b)
0,648058194	0,664244	#Н/Д	R^2	μ
62,60688058	68	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
55,2468142	30,00296	#Н/Д	(Y'-Ycp)^2	[VV]
2,346451355	5,00329	5,255413	t(0,05;68)=	1,995469
(t)b	t(a)	t(c)		
E	F	G	H	I

За результатами досліджень нами отримана формула

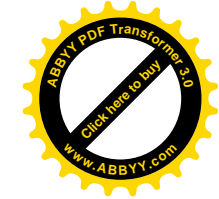
$$Y = 8.702405X1 + 0.1166147X2 - 6.79568, \quad (2.1.1)$$

де Y- вік (роки); X1 – ріст (м) ; X2-вага(кг)

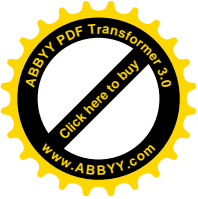


Таблиця 3.Результати зрівноваження

№	Y'зрівнов.	V=Y'-Y	V^2
1	5,079672	-0,25363	0,064327
2	5,48695	0,82035	0,672973
3	5,108389	-0,22491	0,050585
4	4,614961	-0,71834	0,516011
5	4,848191	-0,23511	0,055276
6	4,935215	-0,31479	0,09909
7	4,15025	-1,51635	2,299316
8	4,295582	-0,87102	0,758673
9	4,876033	-0,54057	0,292212
10	4,382606	-0,86739	0,752373
11	5,194539	-0,47206	0,222842
12	5,050081	0,550081	0,30259
13	4,266865	-0,81647	0,666615
14	4,876033	0,376033	0,141401
15	5,229523	0,229523	0,052681
16	4,324298	-0,9257	0,856923
17	4,388	0,388	0,150544
18	4,759419	0,259419	0,067298
19	5,777612	-0,13899	0,019318
20	6,794932	1,628332	2,651465
21	5,311154	-0,18885	0,035663
22	4,876033	-1,12397	1,263301
23	4,963931	-0,95267	0,907578
24	5,25372	0,25372	0,064374
25	4,90475	-0,34525	0,119198
26	4,556654	-0,85995	0,739507
27	5,079672	-0,42033	0,176676
28	5,573974	0,323974	0,104959
29	5,398178	-0,60182	0,36219
30	3,946612	-1,05339	1,109627
31	4,353889	0,353889	0,125237



32	4,701985	0,535385	0,286637
33	4,49922	-0,50078	0,25078
34	4,963931	-0,45267	0,204909
35	5,340744	-0,24256	0,058833
36	4,528811	-0,05449	0,002969
37	4,382606	-0,78399	0,614647
38	5,922944	0,839644	0,705002
39	5,096727	-0,56987	0,324755
40	4,330566	-1,16943	1,367576
41	6,236056	0,236056	0,055722
42	5,399052	0,399052	0,159242
43	4,179841	0,929841	0,864604
44	3,749241	0,165941	0,027536
45	4,282172	0,532172	0,283207
46	4,549512	1,132912	1,28349
47	3,219955	-0,53005	0,280948
48	3,748367	0,415067	0,17228
49	4,074014	-0,25929	0,067229
50	3,45231	0,11901	0,014163
51	4,12066	-0,29594	0,087581
52	3,162521	0,079221	0,006276
53	4,376338	0,293038	0,085871
54	4,062352	0,395752	0,15662
55	4,20229	0,20229	0,040921
56	3,923289	0,339989	0,115592
57	4,003171	0,086571	0,007495
58	4,136841	0,636841	0,405566
59	4,7756	0,5256	0,276255
60	3,121269	-0,87873	0,772168
61	3,244151	0,827551	0,684841
62	3,453184	0,703184	0,494468
63	2,261816	0,178516	0,031868
64	3,505224	1,005224	1,010474
65	3,645161	0,978561	0,957582
66	3,069229	0,152629	0,023296
67	2,261816	0,261816	0,068548



67	3,075497	0,325497	0,105948
69	4,208558	1,375258	1,891334
70	2,958882	0,125582	0,015771
71	2,69781	0,19781	0,039129
Σ	313,5814	-9,7E-12	30,00296

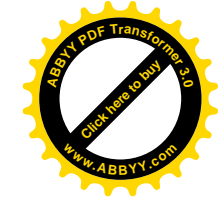
За результатами зрівноваження отримана середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = 0,664244 \text{ року}$$

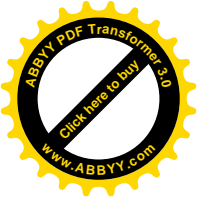
2.2. Контрольні розрахунки для ранжированного ряду

Таблиця 4. Вихідні дані ранжированного ряду

№	Вік(років)У	Довжина тіла(м)	Маса тіла(кг)
1	2	0,88	12
2	2,0833	0,88	12
3	2,4166	0,95	15,2
4	2,5	0,91	13,5
5	2,5	0,98	15,2
6	2,6666	0,98	16,4
7	2,75	0,94	14,5
8	2,75	0,97	15,5
9	2,8333	0,94	13,5
10	2,8333	1,03	17,5
11	2,9166	0,95	13,7



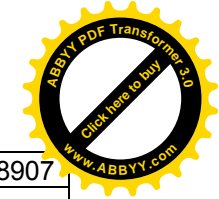
12	3,0833	0,95	14,5
13	3,25	1,02	18
14	3,3333	0,99	14
15	3,3333	1,02	14,3
16	3,4166	1,1	15,2
17	3,5	1,07	13,9
18	3,5833	1	15,8
19	3,5833	1,02	15,8
20	3,6666	1,04	15,5
21	3,75	0,97	13,5
22	3,75	1,08	14,4
23	3,9166	1,06	13,5
24	4	0,96	13,4
25	4	1,04	16,7
26	4	1,04	18
27	4	1,06	16,8
28	4,0833	1,06	16,7
29	4,1666	1,08	18
30	4,25	1,13	14,9
31	4,3333	1,04	15,6
32	4,4166	1,04	16
33	4,5	1,1	17
34	4,5	1,1	18
35	4,5	1,12	18
36	4,5833	1,04	19,5
37	4,6666	1,13	21
38	5	1,02	16
39	5	1,05	18,5
40	5	1,13	19
41	5	1,14	19,5
42	5	1,15	17,3
43	5,0833	1,07	20
44	5,0833	1,16	22,5
45	5,08333	1,03	18
46	5,1666	1,04	17,5
47	5,1666	1,05	17,5



48	5,1666	1,22	25,5
49	5,25	1,05	17
50	5,25	1,05	17,5
51	5,25	1,08	20
52	5,25	1,11	17,5
53	5,25	1,14	21
54	5,3333	1,07	18
55	5,3333	1,11	19
56	5,3333	1,12	18,5
57	5,4166	1,07	17,5
58	5,4166	1,09	19,5
59	5,4166	1,1	18
60	5,5	1,04	17,8
61	5,5	1,11	19
62	5,5	1,15	18
63	5,5833	1,14	19
64	5,6666	1,03	17
65	5,6666	1,12	18,4
66	5,6666	1,15	17
67	5,9166	1,09	19,5
67	5,9166	1,15	22
69	6	1,1	18
70	6	1,16	18
71	6	1,2	22,2
Σ	313,5814	75,16	1217,7

Для ранжированого ряду

b	a	c	Fрозр=	2,739502326
0,116615	8,702405	-6,79567664	a	b
0,049698	1,739337	1,293081349	m(a)	m(b)
0,648058	0,664244	#Н/Д	R^2	μ
62,60688	68	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
55,24681	30,00296	#Н/Д	(Y'-Ycp)^2	[VV]



2,346451	5,00329	5,255413084	t(0,05;68)=	1,995468907
t(b)	t(a)	t(c)		
M	N	O	P	Q

Для ранжированого ряду

$$Y = 8.702405 X_1 + 0.1166147 X_2 - 6.79568, \quad (2.1.1)$$

ВИСНОВКИ

1. Так як $F_{табл} < F_{розр} \ 2,739 < 62,607$, то з надійністю $P=0.95$ можна вважати, що побудована нами математична модель відповідає експериментальним даним і її можна використовувати для практичних розрахунків.

2. Статистично значимим являється коефіцієнт $a \ t(a)=5,003 > 1.995$.

3. Статистично значимим є коефіцієнт $c \ t(c)= 5.255 > 1.995$.

4. Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu = 0,664$ року.

5. Середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів: $m(a) = 1.739$; $m(b) = 0.0497$; $m(c) = 1.293$.

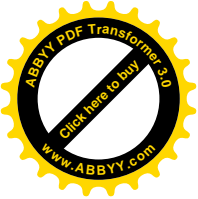
6. За результатами досліджень нами отримана формула

$$Y = 8.702405 X_1 + 0,116615 X_2 - 6,79568, \quad (2.2.1)$$

де Y - вік(роки); X_1 - ріст(м); X_2 - вага (кг).

7. Для ранжированого ряду отримані автентичні результати.

8. Коефіцієнт кореляції $r = R = 0.805$, що говорить про високий зв'язок між X і Y .



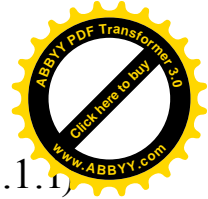
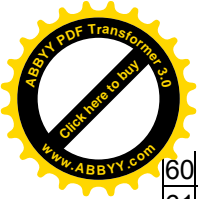
РОЗДІЛ 3. Дослідження оберненої задачі

3.1. Побудова математичної моделі залежності росту дітей X_1 і їх віку X_2 від ваги Y (обернена задача)

Таблиця 5. Вихідні дані оберненої задачі і результати зрівноваження

	X_0	X_1	X_2	Результати зрівноваження		
№ X_0	Довжина тіла(м)	Вік(років) X_2	Y' зрівн	$V=Y'-Y$	V^2	
1	1	0,88	2	12,0818774	0,081877	0,006704
2	1	0,88	2,0833	12,1353822	0,135382	0,018328
3	1	0,95	2,4166	13,7278109	-1,47219	2,167341
4	1	0,91	2,5	12,9937542	-0,50625	0,256285
5	1	0,98	2,5	14,3720994	-0,8279	0,685419
6	1	0,98	2,6666	14,479109	-1,92089	3,689822
7	1	0,94	2,75	13,7450523	-0,75495	0,569946
8	1	0,97	2,75	14,3357717	-1,16423	1,355428
9	1	0,94	2,8333	13,7985572	0,298557	0,089136
10	1	1,03	2,8333	15,5707152	-1,92928	3,72214
11	1	0,95	2,9166	14,0489685	0,348968	0,121779
12	1	0,95	3,0833	14,1560424	-0,34396	0,118307
13	1	1,02	3,25	15,6414614	-2,35854	5,562704
14	1	0,99	3,3333	15,1042469	1,104247	1,219361
15	1	1,02	3,3333	15,6949663	1,394966	1,945931
16	1	1,1	3,4166	17,3237227	2,123723	4,510198
17	1	1,07	3,5	16,7865724	2,886572	8,3323
18	1	1	3,5833	15,4617321	-0,33827	0,114425
19	1	1,02	3,5833	15,855545	0,055545	0,003085
20	1	1,04	3,6666	16,3028628	0,802863	0,644589
21	1	0,97	3,75	14,9780867	1,478087	2,18474
22	1	1,08	3,75	17,1440576	2,744058	7,529852
23	1	1,06	3,9166	16,8572544	3,357254	11,27116

24	1	0,96	4	14,941759	1,541759	2,37
25	1	1,04	4	16,5170106	-0,18299	0,033485
26	1	1,04	4	16,5170106	-1,48299	2,199258
27	1	1,06	4	16,9108235	0,110823	0,012282
28	1	1,06	4,0833	16,9643283	0,264328	0,069869
29	1	1,08	4,1666	17,4116461	-0,58835	0,34616
30	1	1,13	4,25	18,4497474	3,549747	12,60071
31	1	1,04	4,3333	16,7310942	1,131094	1,279374
32	1	1,04	4,4166	16,784599	0,784599	0,615596
33	1	1,1	4,5	18,0196068	1,019607	1,039598
34	1	1,1	4,5	18,0196068	0,019607	0,000384
35	1	1,12	4,5	18,4134197	0,41342	0,170916
36	1	1,04	4,5833	16,8916729	-2,60833	6,80337
37	1	1,13	4,6666	18,7173358	-2,28266	5,210556
38	1	1,02	5	16,7655127	0,765513	0,58601
39	1	1,05	5	17,3562321	-1,14377	1,308205
40	1	1,13	5	18,9314837	-0,06852	0,004694
41	1	1,14	5	19,1283901	-0,37161	0,138094
42	1	1,15	5	19,3252966	2,025297	4,101826
43	1	1,07	5,0833	17,8035498	-2,19645	4,824393
44	1	1,16	5,0833	19,5757078	-2,92429	8,551485
45	1	1,03	5,08333	17,0159433	-0,98406	0,968368
46	1	1,04	5,1666	17,2663353	-0,23366	0,054599
47	1	1,05	5,1666	17,4632417	-0,03676	0,001351
48	1	1,22	5,1666	20,8106514	-4,68935	21,98999
49	1	1,05	5,25	17,5168108	0,516811	0,267093
50	1	1,05	5,25	17,5168108	0,016811	0,000283
51	1	1,08	5,25	18,1075302	-1,89247	3,581442
52	1	1,11	5,25	18,6982495	1,19825	1,435802
53	1	1,14	5,25	19,2889689	-1,71103	2,927628
54	1	1,07	5,3333	17,9641286	-0,03587	0,001287
55	1	1,11	5,3333	18,7517544	-0,24825	0,061626
56	1	1,12	5,3333	18,9486608	0,448661	0,201297
57	1	1,07	5,4166	18,0176334	0,517633	0,267944
58	1	1,09	5,4166	18,4114463	-1,08855	1,184949
59	1	1,1	5,4166	18,6083527	0,608353	0,370093



60	1	1,04	5,5	17,4804831	-0,31952	0,102091
61	1	1,11	5,5	18,8588283	-0,14117	0,019929
62	1	1,15	5,5	19,6464541	1,646454	2,710811
63	1	1,14	5,5833	19,5030525	0,503052	0,253062
64	1	1,03	5,6666	17,3905864	0,390586	0,152558
65	1	1,12	5,6666	19,1627444	0,762744	0,581779
66	1	1,15	5,6666	19,7534637	2,753464	7,581563
67	1	1,09	5,9166	18,7326038	-0,7674	0,588897
67	1	1,15	5,9166	19,9140425	-2,08596	4,351219
69	1	1,1	6	18,9830793	0,983079	0,966445
70	1	1,16	6	20,164518	2,164518	4,685138
71	1	1,2	6	20,9521438	-1,24786	1,557145
Σ	71	75,16	313,58143	1217,7	-1,1E-14	165,2566

За результатами зрівноваження отримана середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = 1,559 \text{ кг}$$

Визначення функцією "ЛИНЕЙН"

b	a	c	Fтабл=	2,739502
0,642315	19,69064495	-6,53052	a	b
0,273739	4,134712572	3,5104469	m(a)	m(b)
0,638923	1,558924259	#Н/Д	R^2	μ
60,16283	68	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
292,4208	165,2566496	#Н/Д	(Y'-Ycp)^2	[VV]
2,346451	4,762276605	-1,86031	t(0,05;68)=	1,995469
t(b)	t(a)	t(c)		
P	Q	R	S	T
:Вага*Ріст+Вік				

За результатами досліджень нами отримана формула

$$Y = 19.690645 X_1 + 0.642315 X_2 - 6.53052. (3.1.1)$$

ВИСНОВКИ

1. Так як $F_{табл} < F_{розр}$ $2,740 < 60.163$, то з надійністю $P=0.95$ можна вважати, що побудована нами математична модель відповідає експериментальним даним і її можна використовувати для практичних розрахунків.

2. Статистично значимим являється коефіцієнт a $t(a)=4,762 > 1.995$.

3. Статистично значимим є коефіцієнт b $t(b)=| -2.346| > 1.995$ (знак мінус до уваги не приймається).

4. Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu = 1,559$ кг.

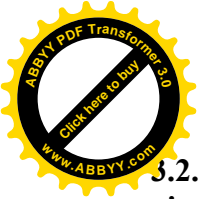
5. Середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів: $m(a) = 4.135$; $m(b) = 0.274$; $m(c) = 3.510$.

6. За результатами досліджень нами отримана формула

$$Y = 19.69064 X_1 + 0,642315 X_2 - 6,53052, (3.1.1)$$

де Y - вага (кг); X_1 - ріст (метри); X_2 -вік(років).

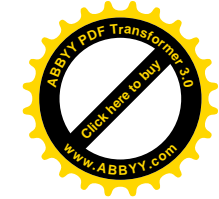
7. Коефіцієнт кореляції $r = R = 0.799$, що говорить про високий зв'язок між X і Y .



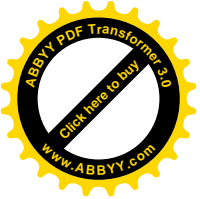
3.2. Побудова математичної моделі залежності віку дітей X_1 і їх ваги X_2 від росту Y (обернена задача)

Таблиця 6. Матриця коефіцієнтів вихідних рівнянь X і результуючої ознаки Y

X_0	Вік(років) X_1	Вага(кг) X_2
1	2	12
1	2,0833	12
1	2,4166	15,2
1	2,5	13,5
1	2,5	15,2
1	2,6666	16,4
1	2,75	14,5
1	2,75	15,5
1	2,8333	13,5
1	2,8333	17,5
1	2,9166	13,7
1	3,0833	14,5
1	3,25	18
1	3,3333	14
1	3,3333	14,3
1	3,4166	15,2
1	3,5	13,9
1	3,5833	15,8
1	3,5833	15,8
1	3,6666	15,5
1	3,75	13,5
1	3,75	14,4
1	3,9166	13,5
1	4	13,4
1	4	16,7
1	4	18
1	4	16,8



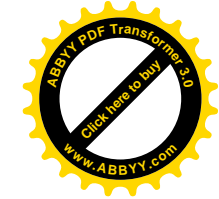
1	4,0833	16,7
1	4,1666	18
1	4,25	14,9
1	4,3333	15,6
1	4,4166	16
1	4,5	17
1	4,5	18
1	4,5	18
1	4,5833	19,5
1	4,6666	21
1	5	16
1	5	18,5
1	5	19
1	5	19,5
1	5	17,3
1	5,0833	20
1	5,0833	22,5
1	5,08333	18
1	5,1666	17,5
1	5,1666	17,5
1	5,1666	25,5
1	5,25	17
1	5,25	17,5
1	5,25	20
1	5,25	17,5
1	5,25	21
1	5,3333	18
1	5,3333	19
1	5,3333	18,5
1	5,4166	17,5
1	5,4166	19,5
1	5,4166	18
1	5,5	17,8
1	5,5	19
1	5,5	18
1	5,5833	19



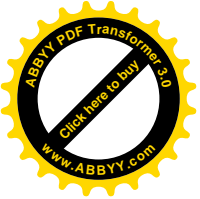
1	5,6666	17
1	5,6666	18,4
1	5,6666	17
1	5,9166	19,5
1	5,9166	22
1	6	18
1	6	18
1	6	22,2
71	313,5814	1217,7

Таблиця 7. Вектор Y

Y
Ріст(м)
0,88
0,88
0,95
0,91
0,98
0,98
0,94
0,97
0,94
1,03
0,95
0,95
1,02
0,99
1,02
1,1
1,07
1
1,02



1,04
0,97
1,08
1,06
0,96
1,04
1,04
1,06
1,06
1,08
1,13
1,04
1,04
1,1
1,1
1,12
1,04
1,13
1,02
1,05
1,13
1,14
1,15
1,07
1,16
1,03
1,04
1,05
1,22
1,05
1,05
1,08
1,11
1,14
1,07
1,11



1,12
1,07
1,09
1,1
1,04
1,11
1,15
1,14
1,03
1,12
1,15
1,09
1,15
1,1
1,16
1,2

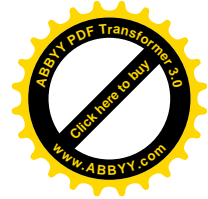
Результати зрівноваження

Комп’ютерна формула розрахунку Y’зрівноважене

$$=SWS91 * X3 + $YS91 * Y3 + $AAS91, \quad (3.2.1)$$

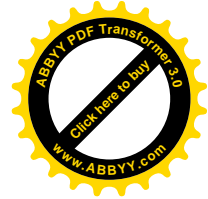
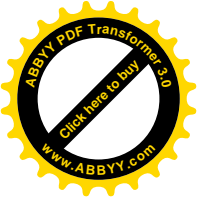
де \$WS91,\$YS91,\$AAS91- суть знайдені коефіцієнти a, b, c, що знаходяться у вище вказаних чарунках ;

X3,Y3- значення поточних координат X1i,X2i.



Таблиця 9. Результати побудови моделі $Pist=Vik+Vara$

№	Y'зрівн.	V=Y'- Y	V^2
1	0,918447	0,038447	0,001478
2	0,921023	0,041023	0,001683
3	0,971974	0,021974	0,000483
4	0,95296	0,04296	0,001846
5	0,974552	-0,00545	2,97E-05
6	0,994946	0,014946	0,000223
7	0,973391	0,033391	0,001115
8	0,986093	0,016093	0,000259
9	0,963265	0,023265	0,000541
10	1,014072	-0,01593	0,000254
11	0,968381	0,018381	0,000338
12	0,983697	0,033697	0,001135
13	1,033307	0,013307	0,000177
14	0,985076	-0,00492	2,42E-05
15	0,988886	-0,03111	0,000968
16	1,002893	-0,09711	0,00943
17	0,98896	-0,08104	0,006567
18	1,015669	0,015669	0,000246
19	1,015669	-0,00433	1,88E-05
20	1,014434	-0,02557	0,000654
21	0,991609	0,021609	0,000467
22	1,003041	-0,07696	0,005923
23	0,99676	-0,06324	0,003999
24	0,998069	0,038069	0,001449
25	1,039984	-1,6E-05	2,41E-10
26	1,056497	0,016497	0,000272
27	1,041255	-0,01875	0,000351
28	1,04256	-0,01744	0,000304
29	1,061648	-0,01835	0,000337
30	1,024851	-0,10515	0,011056
31	1,036318	-0,00368	1,36E-05
32	1,043974	0,003974	1,58E-05



33	1,059255	-0,04075	0,00166
34	1,071957	-0,02804	0,000786
35	1,071957	-0,04804	0,002308
36	1,093585	0,053585	0,002871
37	1,115213	-0,01479	0,000219
38	1,062013	0,042013	0,001765
39	1,093767	0,043767	0,001916
40	1,100118	-0,02988	0,000893
41	1,106469	-0,03353	0,001124
42	1,078525	-0,07147	0,005109
43	1,115395	0,045395	0,002061
44	1,14715	-0,01285	0,000165
45	1,089993	0,059993	0,003599
46	1,086217	0,046217	0,002136
47	1,086217	0,036217	0,001312
48	1,18783	-0,03217	0,001035
49	1,082445	0,032445	0,001053
50	1,088795	0,038795	0,001505
51	1,12055	0,04055	0,001644
52	1,088795	-0,0212	0,00045
53	1,133251	-0,00675	4,55E-05
54	1,097722	0,027722	0,000769
55	1,110424	0,000424	1,79E-07
56	1,104073	-0,01593	0,000254
57	1,093947	0,023947	0,000573
58	1,11935	0,02935	0,000861
59	1,100298	0,000298	8,85E-08
60	1,100336	0,060336	0,00364
61	1,115578	0,005578	3,11E-05
62	1,102876	-0,04712	0,002221
63	1,118154	-0,02185	0,000477
64	1,095326	0,065326	0,004267
65	1,113108	-0,00689	4,75E-05
66	1,095326	-0,05467	0,002989
67	1,13481	0,04481	0,002008
67	1,166564	0,016564	0,000274

69	1,118336	0,018336	0,000336
70	1,118336	-0,04166	0,001736
71	1,171683	-0,02832	0,000802
Σ	75,16	3,33E-16	0,106601

Середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = 0,039 \text{ м}$$

Апроксимація квадратичним поліномом

79	b	a	c	Фрозр=	2,739502
80	0,012702	0,03092	0,704188	a	b
81	0,002667	0,00618	0,03258	m(a)	m(b),m(c)
82	0,714711	0,039594	#Н/Д	R^2	μ
83	85,17751	68	#Н/Д	Фкритерій	n-m-1
84	0,267058	0,106601	#Н/Д	(Y'-Y _{ср})^2	[VV]
85	4,762277	5,00329	21,61407	t(0,05;69)=	1,995469
86	t(a)	t(b)	t(c)		
87	W	X	Y	Z	AA

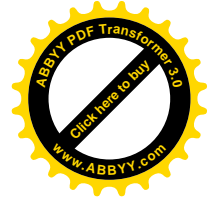
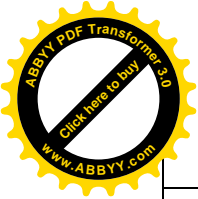
За результатами досліджень нами отримана формула

$$Y = 0,03092X_1 + 0,012702X_2 + 0,704188 \quad (3.2.2)$$

Де Y-ріст(м); X1-вік(років); X2-вага(кг)

Контрольне визначення

106	a	b	c	Фрозр=	3,131672
107	0,012702	0,03092	0,704188	a	b
108	0,002667	0,00618	0,03258	m(a)	m(b),m(c)



109	0,714711	0,039594	#Н/Д	R^2	μ
110	85,17751	68	#Н/Д	Фкритерій	n-m-1
111	0,267058	0,106601	#Н/Д	(Y'-Ycp)^2	[VV]
112	AB	AC	AD	AE	AF

Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знайдена за слідуючою комп'ютерною формулою

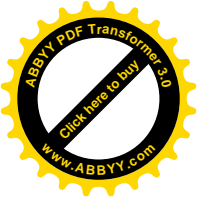
=МУМНОЖ(ТРАНСП(W3:Y73);W3:Y73) , (3.2.3)

де матриця X(W3:Y73)

Таблиця 10. Матриця X(W3:Y73)

1	2	12
1	2,0833	12
1	2,4166	15,2
1	2,5	13,5
1	2,5	15,2
1	2,6666	16,4
1	2,75	14,5
1	2,75	15,5
1	2,8333	13,5
1	2,8333	17,5
1	2,9166	13,7
1	3,0833	14,5
1	3,25	18
1	3,3333	14
1	3,3333	14,3
1	3,4166	15,2
1	3,5	13,9
1	3,5833	15,8
1	3,5833	15,8
1	3,6666	15,5

1	3,75	13,5
1	3,75	14,4
1	3,9166	13,5
1	4	13,4
1	4	16,7
1	4	18
1	4	16,8
1	4,0833	16,7
1	4,1666	18
1	4,25	14,9
1	4,3333	15,6
1	4,4166	16
1	4,5	17
1	4,5	18
1	4,5	18
1	4,5833	19,5
1	4,6666	21
1	5	16
1	5	18,5
1	5	19
1	5	19,5
1	5	17,3
1	5,0833	20
1	5,0833	22,5
1	5,08333	18
1	5,1666	17,5
1	5,1666	17,5
1	5,1666	25,5
1	5,25	17
1	5,25	17,5
1	5,25	20
1	5,25	17,5
1	5,25	21
1	5,3333	18
1	5,3333	19
1	5,3333	18,5



1	5,4166	17,5
1	5,4166	19,5
1	5,4166	18
1	5,5	17,8
1	5,5	19
1	5,5	18
1	5,5833	19
1	5,6666	17
1	5,6666	18,4
1	5,6666	17
1	5,9166	19,5
1	5,9166	22
1	6	18
1	6	18
1	6	22,2

Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь

$$N = X * X_{\text{трансп}} \quad (3.2.4)$$

знаходиться в діапазоні **N(AI99:AK101)**,

де X_{трансп}- транспонована матриця коефіцієнтів початкових рівнянь.

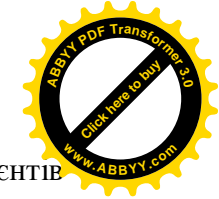
71	313,5814	1217,7
313,5814	1470,226	5520,375
1217,7	5520,375	21342,09

Обернена матриця

$$Q = N^{-1} \quad (3.2.5)$$

знайдена за формулою

$$= \text{МОБР}(AI99:AK101) \quad , \quad (3.2.6)$$



де діапазоном **(AI99:AK101)** виділяється матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Обернена матриця

$$Q = N^{-1}$$

буде

0,677099	0,02225	-0,04439
0,02225	0,024362	-0,00757
-0,04439	-0,007571	0,004538

Вектор вільних членів

$$b = Y * X_{\text{трансп}} \quad (3.2.7)$$

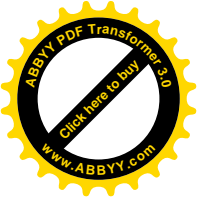
розраховується за формулою

$$= \text{МУМНОЖ}(\text{ТРАНСП}(W3:Y73); Q3:Q73) \quad . \quad (3.2.8)$$

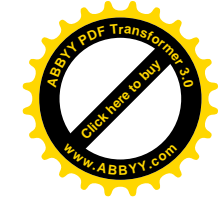
Де вектор Y(Q3:Q73)

Таблиця 11. Вектор Y(Q3:Q73)

0,88
0,88
0,95
0,91
0,98
0,98
0,94
0,97
0,94



1,03
0,95
0,95
1,02
0,99
1,02
1,1
1,07
1
1,02
1,04
0,97
1,08
1,06
0,96
1,04
1,04
1,06
1,06
1,08
1,13
1,04
1,04
1,1
1,1
1,12
1,04
1,13
1,02
1,05
1,13
1,14
1,15
1,07
1,16
1,03

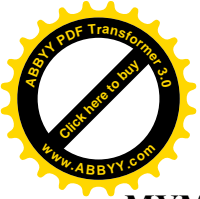


1,04
1,05
1,22
1,05
1,05
1,08
1,11
1,14
1,07
1,11
1,12
1,07
1,09
1,1
1,04
1,11
1,15
1,14
1,03
1,12
1,15
1,09
1,15
1,1
1,16
1,2

Таким чином, вектор вільних членів b , суть

75,16
336,3971
1299,258

В подальшому знаходимо вектор шуканих коефіцієнтів



=МУМНОЖ(AI104:AK106;AJ110:AJ112) , (3.2.9)

де обернена матриця **Q** знаходиться в діапазоні (AI104:AK106), а діапазоном (AJ110:AJ112) виділяється вектор **b**.

Вектор шуканих коефіцієнтів розміщується в діапазоні (AJ116:AJ118)

	a=b*Q
c=	0,704188
b=	0,03092
a=	0,012702

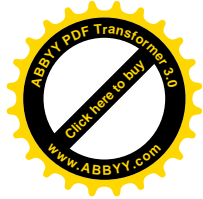
Контроль обчислень знаходять за формулою

$$\dots\dots\dots \mathbf{b}=\mathbf{a}*\mathbf{N} \dots\dots\dots (3.2.10)$$

$$=\text{МУМНОЖ}(\text{AI99:AK101};\text{AJ116:AJ118}). (3.2.11)$$

Таким чином, отримали контрольне значення вектора вільних членів **b**.

75,16
336,3971
1299,258



ВИСНОВКИ

1. Так як $F_{табл} < F_{розр} 2,740 < 85.177$, то з надійністю $P=0.95$ можна вважати, що побудована нами математична модель відповідає експериментальним даним і її можна використовувати для практичних розрахунків.

2. Статистично значимим являється коефіцієнт a $t(a)=5,003 > 1.995$.

3. Статистично значимим є коефіцієнт b $t(b)=4.762 > 1.995$

4. Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu= 0,0396\text{м} .$

5. Середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів: $m(a)= 0.00618; m(b)=0.00267; m(c)=0.032 .$

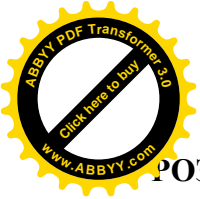
6. За результатами досліджень нами отримана формула

$$Y = 0.03092X_1 + 0,012702X_2 + 0,704188 , (3.2.2)$$

де Y - ріст (м); X_1 - вік (роки); X_2 -вага(кг).

7. Коефіцієнт кореляції $r = R=0.845$,що говорить про високий зв'язок між X і Y .

8. Для побудованих математичних моделей похибка віку в 0,66 року відповідає похибці росту в 4 см і похибці ваги в 1,6 кг.



РОЗДІЛ 4. Побудова і дослідження імітаційної моделі

4.1. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

При проведенні досліджень прийmemo середню квадратичну похибку визначення росту дітей в 0,01 кг.

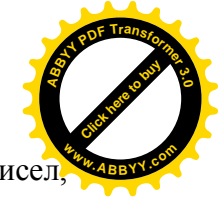
Тому, логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,01 кг .

Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олександром Олеговичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича [4,5,6].

Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 71 псевдовипадковому числі, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛУЧИС}() * 0,01 * N, \quad (4.1)$$

математичної моделі по списку в журналі групи).



Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які прийmemo в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{cp} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n}, \quad (4.2)$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

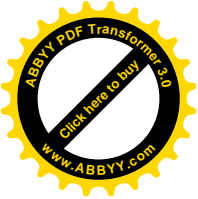
$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вичисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m_{\Delta'}}, \quad (4.5)$$



де C – необхідна нормована константа.

Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357'$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

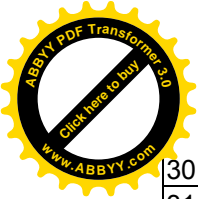
$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння

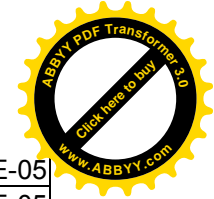
$$m_{\Delta} = C \quad (4.8)$$

Таблиця 13. Генерування і нормування істинних похибок

№	ξ_i	$\xi_{\text{ср}}$	$\Delta' = \xi - \xi_{\text{ср}}$	Δ'^2	$\Delta = k \cdot \Delta'$	Δ^2
1	0,652719	0,533473	0,119246	0,01422	0,003942	1,55E-05
2	0,536839	0,533473	0,003366	1,13E-05	0,000111	1,24E-08
3	0,313459	0,533473	-0,220014	0,048406	-0,00727	5,29E-05
4	0,858682	0,533473	0,325209	0,105761	0,01075	0,000116
5	0,59774	0,533473	0,064267	0,00413	0,002124	4,51E-06
6	0,871573	0,533473	0,3381	0,114312	0,011176	0,000125
7	0,181234	0,533473	-0,352239	0,124072	-0,01164	0,000136
8	0,829277	0,533473	0,295804	0,0875	0,009778	9,56E-05
9	0,870509	0,533473	0,337036	0,113594	0,011141	0,000124
10	0,787994	0,533473	0,254521	0,064781	0,008414	7,08E-05
11	0,509696	0,533473	-0,023777	0,000565	-0,00079	6,18E-07
12	0,196253	0,533473	-0,33722	0,113717	-0,01115	0,000124
13	0,760151	0,533473	0,226678	0,051383	0,007493	5,61E-05
14	0,97568	0,533473	0,442207	0,195547	0,014618	0,000214
15	0,910635	0,533473	0,377162	0,142251	0,012468	0,000155
16	0,071214	0,533473	-0,462259	0,213683	-0,01528	0,000233
17	0,805307	0,533473	0,271834	0,073894	0,008986	8,07E-05
18	0,358473	0,533473	-0,175	0,030625	-0,00578	3,35E-05
19	0,042462	0,533473	-0,491011	0,241091	-0,01623	0,000263
20	0,887134	0,533473	0,353661	0,125076	0,011691	0,000137
21	0,097361	0,533473	-0,436112	0,190193	-0,01442	0,000208
22	0,678986	0,533473	0,145513	0,021174	0,00481	2,31E-05
23	0,916943	0,533473	0,38347	0,14705	0,012676	0,000161
24	0,956184	0,533473	0,422711	0,178685	0,013973	0,000195
25	0,066282	0,533473	-0,467191	0,218267	-0,01544	0,000239
26	0,684485	0,533473	0,151012	0,022805	0,004992	2,49E-05
27	0,095819	0,533473	-0,437654	0,191541	-0,01447	0,000209
28	0,170271	0,533473	-0,363202	0,131915	-0,01201	0,000144
29	0,486843	0,533473	-0,04663	0,002174	-0,00154	2,38E-06



30	0,880682	0,533473	0,347209	0,120554	0,011478	0,000132
31	0,832633	0,533473	0,29916	0,089497	0,009889	9,78E-05
32	0,50795	0,533473	-0,025523	0,000651	-0,00084	7,12E-07
33	0,697829	0,533473	0,164356	0,027013	0,005433	2,95E-05
34	0,029937	0,533473	-0,503536	0,253548	-0,01665	0,000277
35	0,954799	0,533473	0,421326	0,177516	0,013928	0,000194
36	0,298322	0,533473	-0,235151	0,055296	-0,00777	6,04E-05
37	0,83634	0,533473	0,302867	0,091729	0,010012	0,0001
38	0,854592	0,533473	0,321119	0,103118	0,010615	0,000113
39	0,365202	0,533473	-0,168271	0,028315	-0,00556	3,09E-05
40	0,432973	0,533473	-0,1005	0,0101	-0,00332	1,1E-05
41	0,602255	0,533473	0,068782	0,004731	0,002274	5,17E-06
42	0,657469	0,533473	0,123996	0,015375	0,004099	1,68E-05
43	0,087767	0,533473	-0,445706	0,198653	-0,01473	0,000217
44	0,571174	0,533473	0,037701	0,001421	0,001246	1,55E-06
45	0,586598	0,533473	0,053125	0,002822	0,001756	3,08E-06
46	0,114204	0,533473	-0,419269	0,175786	-0,01386	0,000192
47	0,400899	0,533473	-0,132574	0,017576	-0,00438	1,92E-05
48	0,018935	0,533473	-0,514538	0,264749	-0,01701	0,000289
49	0,700355	0,533473	0,166882	0,02785	0,005517	3,04E-05
50	0,476195	0,533473	-0,057278	0,003281	-0,00189	3,58E-06
51	0,08205	0,533473	-0,451423	0,203782	-0,01492	0,000223
52	0,98499	0,533473	0,451517	0,203868	0,014926	0,000223
53	0,401504	0,533473	-0,131969	0,017416	-0,00436	1,9E-05
54	0,187167	0,533473	-0,346306	0,119928	-0,01145	0,000131
55	0,798697	0,533473	0,265224	0,070344	0,008767	7,69E-05
56	0,089677	0,533473	-0,443796	0,196955	-0,01467	0,000215
57	0,289622	0,533473	-0,243851	0,059463	-0,00806	6,5E-05
58	0,676817	0,533473	0,143344	0,020548	0,004738	2,25E-05
59	0,583483	0,533473	0,05001	0,002501	0,001653	2,73E-06
60	0,089237	0,533473	-0,444236	0,197345	-0,01468	0,000216
61	0,735663	0,533473	0,20219	0,040881	0,006684	4,47E-05
62	0,809331	0,533473	0,275858	0,076098	0,009119	8,32E-05
63	0,533731	0,533473	0,000258	6,68E-08	8,54E-06	7,3E-11
64	0,673103	0,533473	0,13963	0,019497	0,004616	2,13E-05
65	0,087628	0,533473	-0,445845	0,198777	-0,01474	0,000217



66	0,677087	0,533473	0,143614	0,020625	0,004747	2,25E-05
67	0,710632	0,533473	0,177159	0,031385	0,005856	3,43E-05
67	0,130216	0,533473	-0,403257	0,162616	-0,01333	0,000178
69	0,691319	0,533473	0,157846	0,024915	0,005218	2,72E-05
70	0,600135	0,533473	0,066662	0,004444	0,002204	4,86E-06
71	0,96715	0,533473	0,433677	0,188076	0,014336	0,000206
Σ	37,87655	37,87656	1,17E-14	6,50E+00	3,8E-16	7,10E-03

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m\Delta_i = \sqrt{(|\Delta_i|^2/n)}$$

0,302512

$$m\Delta' = (AK74/W74)^{0,5} = 0,302512$$

Коефіцієнт пропорційності

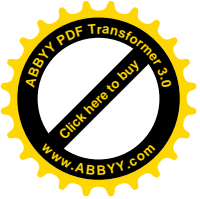
$$K = \frac{0,01}{0,302512} = 0,03370.$$

$$k = 0,1/AL76 = 0,033697$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,01$

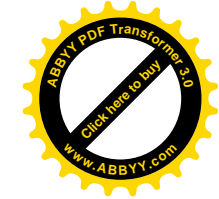
$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0,7100}{71}} = 0,01.$$

$$m\Delta = (AM74/W74)^{0,5} = 0,01$$

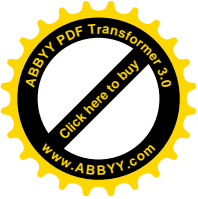


Таблиця 14. Побудова імітаційної моделі

№	Y'зрівн	$\Delta=k*\Delta'$	$Y=X+\Delta$
1	0,918447	-0,02084	0,897602
2	0,921023	0,008292	0,929315
3	0,971974	-0,00872	0,963256
4	0,95296	0,00714	0,960099
5	0,974552	0,008159	0,982712
6	0,994946	-0,01631	0,978639
7	0,973391	0,00604	0,979431
8	0,986093	0,008367	0,994459
9	0,963265	-0,00651	0,956756
10	1,014072	0,002668	1,016739
11	0,968381	-0,01003	0,958356
12	0,983697	0,009065	0,992761
13	1,033307	-0,00933	1,023974
14	0,985076	0,003579	0,988655
15	0,988886	-0,00576	0,983124
16	1,002893	-0,00921	0,99368
17	0,98896	0,01394	1,0029
18	1,015669	-0,00986	1,005809
19	1,015669	0,002548	1,018217
20	1,014434	0,009592	1,024026
21	0,991609	-0,01541	0,976204
22	1,003041	0,003301	1,006342
23	0,99676	0,009592	1,006353
24	0,998069	-0,00226	0,99581
25	1,039984	0,004869	1,044854
26	1,056497	-0,00591	1,050591
27	1,041255	0,003692	1,044947
28	1,04256	0,011625	1,054185
29	1,061648	-0,00788	1,053772
30	1,024851	0,009671	1,034522
31	1,036318	-0,00103	1,035288



32	1,043974	0,00574	1,049715
33	1,059255	-0,01559	1,043667
34	1,071957	-0,01748	1,05448
35	1,071957	-0,00976	1,062195
36	1,093585	-0,00164	1,091944
37	1,115213	-0,0063	1,108909
38	1,062013	-0,00856	1,053457
39	1,093767	0,002757	1,096524
40	1,100118	-0,0091	1,09102
41	1,106469	0,010153	1,116622
42	1,078525	0,002786	1,081311
43	1,115395	0,011851	1,127246
44	1,14715	-0,01397	1,133182
45	1,089993	0,008814	1,098807
46	1,086217	0,000115	1,086331
47	1,086217	0,013637	1,099854
48	1,18783	-0,00168	1,186146
49	1,082445	0,002236	1,08468
50	1,088795	0,006612	1,095407
51	1,12055	0,011235	1,131784
52	1,088795	0,011959	1,100754
53	1,133251	-0,00702	1,126229
54	1,097722	-0,01138	1,086345
55	1,110424	-0,00359	1,106835
56	1,104073	-0,01912	1,084953
57	1,093947	0,008328	1,102275
58	1,11935	0,005397	1,124747
59	1,100298	0,014583	1,114881
60	1,100336	0,005444	1,10578
61	1,115578	-0,00809	1,10749
62	1,102876	0,014792	1,117668
63	1,118154	0,001383	1,119536
64	1,095326	-0,02026	1,075062
65	1,113108	0,004861	1,117969
66	1,095326	0,015211	1,110536
67	1,13481	-0,01875	1,116064



67	1,166564	0,014245	1,180809
69	1,118336	0,011931	1,130267
70	1,118336	-0,00462	1,113718
71	1,171683	-0,00026	1,171419
Σ	75,16	-7,5E-16	75,16

Зрівноваження імітаційної моделі

Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь $N=X^*X_{тр}$.

	X0	X1	X2	
X0	71	75,16	313,58143	c
X1	75,16	79,9374	336,3971459	b
X2	313,5814	336,3971	1470,226016	a

Обернена матриця $Q=N^{-1}$

	X0	X1	X2
X0	5,07078	-5,827716613	0,251883
X1	-5,82772	7,034619607	-0,36658
X2	0,251883	-0,366584623	0,030834

Вектор вільних членів
 $b=Y*X_{тр}$

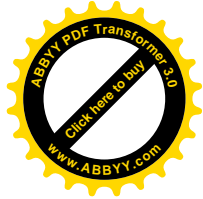
	75,16
	79,83066031
	336,4304571

Шукані коефіцієнти
 $a=b*Q$

c=	0,6304392
a=	0,236915491
b=	0,040156232

Середні квадр.похибки

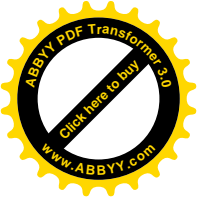
--	--



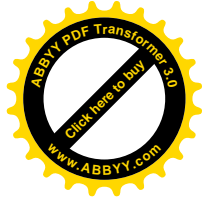
m(c)=	0,046034759
m(a)=	0,054221158
m(b)=	0,003589715

Таблиця 15. Результати зрівноваження імітаційної моделі

Вік(років)X	Y"зрівн	V=Y"-Y	V^2
2	0,918585	-0,00646	4,17E-05
2,0833	0,92195	-0,00178	3,16E-06
2,4166	0,952028	-0,02314	0,000535
2,5	0,945903	-0,01967	0,000387
2,5	0,962517	-0,0172	0,000296
2,6666	0,969246	-0,02152	0,000463
2,75	0,963122	-0,00357	1,27E-05
2,75	0,970242	-0,02058	0,000424
2,8333	0,966487	0,015005	0,000225
2,8333	0,987847	-0,01602	0,000257
2,9166	0,972225	0,01611	0,00026
3,0833	0,978959	-0,00437	1,91E-05
3,25	1,002306	-0,04309	0,001857
3,3333	0,998551	0,031255	0,000977
3,3333	1,005671	0,016889	0,000285
3,4166	1,028023	0,036308	0,001318
3,5	1,024272	0,019777	0,000391
3,5833	1,011023	-0,01301	0,000169
3,5833	1,01577	0,014854	0,000221
3,6666	1,023881	-0,00133	1,76E-06
3,75	1,010636	0,023007	0,000529
3,75	1,036744	0,038319	0,001468
3,9166	1,038727	0,038391	0,001474
4	1,018362	0,013896	0,000193
4	1,037349	-0,00758	5,75E-05
4	1,037349	-0,03408	0,001162



4	1,042096	0,006743	4,55E-05
4,0833	1,045461	0,0197	0,000388
4,1666	1,053572	0,008321	6,92E-05
4,25	1,068808	0,028129	0,000791
4,3333	1,050813	0,023782	0,000566
4,4166	1,054177	0,005721	3,27E-05
4,5	1,071787	0,025799	0,000666
4,5	1,071787	0,000479	2,3E-07
4,5	1,076534	0,01346	0,000181
4,5833	1,060911	-0,03748	0,001405
4,6666	1,085637	-0,01513	0,000229
5	1,072997	0,02204	0,000486
5	1,080117	-0,01805	0,000326
5	1,099104	7,8E-05	6,09E-09
5	1,101478	-0,00746	5,56E-05
5	1,103851	0,032037	0,001026
5,0833	1,088229	-0,01273	0,000162
5,0833	1,109589	-0,02994	0,000896
5,08333	1,078736	-0,0147	0,000216
5,1666	1,084473	-0,00748	5,6E-05
5,1666	1,086847	0,007765	6,03E-05
5,1666	1,127195	-0,06827	0,004661
5,25	1,090216	0,011358	0,000129
5,25	1,090216	-0,01015	0,000103
5,25	1,097336	-0,03472	0,001205
5,25	1,104456	-0,00122	1,5E-06
5,25	1,111576	-0,03843	0,001477
5,3333	1,098327	0,008889	7,9E-05
5,3333	1,107821	-0,00129	1,67E-06
5,3333	1,110194	0,012733	0,000162
5,4166	1,101692	0,018443	0,00034
5,4166	1,106439	-0,0291	0,000847
5,4166	1,108812	4,94E-05	2,44E-09



5,5	1,097941	-0,01598	0,000255
5,5	1,114555	-0,00976	9,52E-05
5,5	1,124048	0,024669	0,000609
5,5833	1,12504	0,019505	0,00038
5,6666	1,102297	0,006582	4,33E-05
5,6666	1,123658	0,015972	0,000255
5,6666	1,130778	0,023195	0,000538
5,9166	1,126636	-0,00118	1,4E-06
5,9166	1,140877	-0,01252	0,000157
6	1,132379	-0,00025	6,35E-08
6	1,146619	0,032699	0,001069
6	1,156113	-0,03272	0,001071
313,5814	75,16	2,55E-15	0,034165

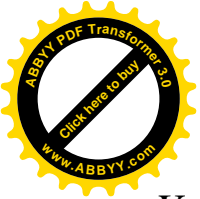
Середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = 0,0224 \text{ кг.}$$

Визначення функцією "ЛИНЕЙН"

b	a	c	Fтабл=	2,739502
0,040395	0,237342	0,628935	a	b
0,003936	0,05945	0,050474	m(a)	m(b)
0,877765	0,022415	#Н/Д	R^2	μ
244,1531	68	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
0,245336	0,034165	#Н/Д	(Y'-Ycp)^2	[VV]
10,26306	3,992279	12,46046	t(0,05;69)=	1,995469
t(b)	t(a)	t(c)		
AN	AO	AP	AQ	AR

Таким чином, ми отримали формулу

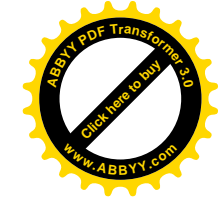


$$Y = 0.200458X_1 + 0.041781X_2 + 0,661856. (4.9)$$

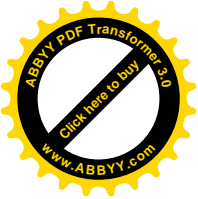
4.2. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Таблиця 16. Вихідна матриця X(AV3:AX73)

	X1	X2
X0	Ріст X1	Вік X2
1	0,88	2
1	0,88	2,0833
1	0,95	2,4166
1	0,91	2,5
1	0,98	2,5
1	0,98	2,6666
1	0,94	2,75
1	0,97	2,75
1	0,94	2,8333
1	1,03	2,8333
1	0,95	2,9166
1	0,95	3,0833
1	1,02	3,25
1	0,99	3,3333
1	1,02	3,3333
1	1,1	3,4166
1	1,07	3,5
1	1	3,5833
1	1,02	3,5833
1	1,04	3,6666
1	0,97	3,75
1	1,08	3,75
1	1,06	3,9166
1	0,96	4
1	1,04	4



1	1,04	4
1	1,06	4
1	1,06	4,0833
1	1,08	4,1666
1	1,13	4,25
1	1,04	4,3333
1	1,04	4,4166
1	1,1	4,5
1	1,1	4,5
1	1,12	4,5
1	1,04	4,5833
1	1,13	4,6666
1	1,02	5
1	1,05	5
1	1,13	5
1	1,14	5
1	1,15	5
1	1,07	5,0833
1	1,16	5,0833
1	1,03	5,08333
1	1,04	5,1666
1	1,05	5,1666
1	1,22	5,1666
1	1,05	5,25
1	1,05	5,25
1	1,08	5,25
1	1,11	5,25
1	1,14	5,25
1	1,07	5,3333
1	1,11	5,3333
1	1,12	5,3333
1	1,07	5,4166
1	1,09	5,4166
1	1,1	5,4166
1	1,04	5,5
1	1,11	5,5



1	1,15	5,5
1	1,14	5,5833
1	1,03	5,6666
1	1,12	5,6666
1	1,15	5,6666
1	1,09	5,9166
1	1,15	5,9166
1	1,1	6
1	1,16	6
1	1,2	6
X0	Ріст X1	Вік X2

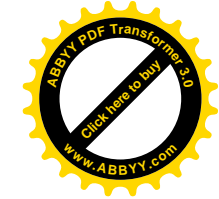
Допоміжна матриця $Q'=Q*X$ розраховується за формулою

$$=МУМНОЖ(AV3:AX73;AV86:AX88), \quad (4.2.1)$$

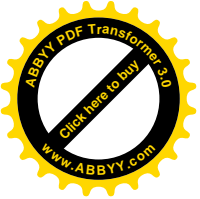
де обернена матриця Q лежить в діапазоні (AV86: AW88)

Таблиця 17. Допоміжна матриця Q' див.форм.(1.1.11)

	Q'=Q*X	
0,446155	-0,37042	-0,00904
0,467137	-0,40096	-0,00648
0,14315	-0,03072	-0,02186
0,397265	-0,34267	-0,00463
-0,01067	0,149749	-0,03029
0,031289	0,088676	-0,02515
0,285404	-0,22328	-0,00791
0,110573	-0,01224	-0,01891
0,306386	-0,25382	-0,00535
-0,21811	0,379297	-0,03834



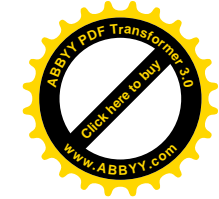
0,269091	-0,21401	-0,00644
0,31108	-0,27512	-0,0013
-0,05487	0,156195	-0,02182
0,140942	-0,08538	-0,00826
-0,03389	0,125659	-0,01926
-0,47913	0,657892	-0,04601
-0,28329	0,41628	-0,03245
0,145635	-0,10668	-0,00422
0,029081	0,034013	-0,01155
-0,06649	0,144169	-0,01631
0,362456	-0,37883	0,011921
-0,27859	0,39498	-0,0284
-0,12008	0,193215	-0,01593
0,483704	-0,54082	0,023296
0,017486	0,021949	-0,00603
0,017486	0,021949	-0,00603
-0,09907	0,162642	-0,01336
-0,07809	0,132105	-0,01079
-0,17366	0,242261	-0,01556
-0,44404	0,563419	-0,03132
0,101439	-0,10023	0,004246
0,122421	-0,13077	0,006814
-0,20624	0,260734	-0,01261
-0,20624	0,260734	-0,01261
-0,32279	0,401427	-0,01994
0,16441	-0,19188	0,011954
-0,3391	0,4107	-0,01847
0,385924	-0,48533	0,032134
0,211092	-0,27429	0,021137
-0,25513	0,28848	-0,00819
-0,3134	0,358827	-0,01186
-0,37168	0,429173	-0,01552
0,11552	-0,16413	0,016373
-0,40897	0,468983	-0,01662
0,348636	-0,44553	0,031038
0,311333	-0,40571	0,029939



0,253056	-0,33536	0,026273
-0,73766	0,860523	-0,03605
0,274063	-0,36594	0,028845
0,274063	-0,36594	0,028845
0,099231	-0,1549	0,017847
-0,0756	0,056142	0,00685
-0,25043	0,26718	-0,00415
0,17849	-0,25578	0,024082
-0,05462	0,025605	0,009418
-0,1129	0,095952	0,005752
0,199472	-0,28632	0,02665
0,082918	-0,14562	0,019318
0,024641	-0,07528	0,015653
0,395311	-0,52793	0,040219
-0,01263	-0,0355	0,014558
-0,24574	0,245881	-0,00011
-0,16648	0,144998	0,006129
0,495551	-0,65935	0,049022
-0,02894	-0,02623	0,016029
-0,20377	0,184808	0,005032
0,208859	-0,32892	0,034735
-0,1408	0,093161	0,01274
0,171589	-0,28914	0,033641
-0,17807	0,132934	0,011646
-0,41118	0,414319	-0,00302

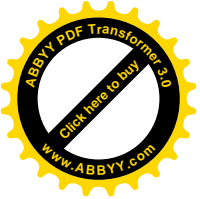
Розрахунок обернених ваг зрівноваженої функції

$$=AV3*AY3+AW3*AZ3+AX3*BA3 \quad (4.2.2)$$

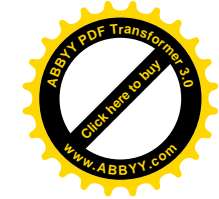


Таблиця 18. Розрахунок обернених ваг зрівноваженої функції

1/P=Xтр*Q'
0,10209599
0,10080312
0,06114144
0,07386817
0,0603634
0,05112781
0,05375451
0,04668876
0,0526499
0,06394301
0,04698956
0,04569812
0,03351806
0,02888767
0,03009604
0,08734307
0,04857436
0,02384842
0,02239509
0,02363808
0,03969815
0,0414749
0,02232443
0,05769891
0,01618923
0,01618923
0,01988105
0,01786876
0,02316097
0,05953576



0,01559416
0,01651545
0,02382998
0,02382998
0,0370732
0,01964412
0,03879515
0,05155982
0,02877131
0,02990661
0,03637968
0,04425968
0,02312744
0,05056387
0,04751535
0,04408052
0,03666982
0,1259472
0,04126669
0,04126669
0,02564173
0,02267909
0,03237876
0,03324119
0,02403423
0,02524979
0,03746715
0,02882836
0,02661935
0,06747135
0,02803112
0,03644617
0,03303918
0,09421166
0,03250964
0,03726694



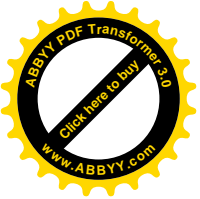
0,05585516
0,0417099
0,05537714
0,04600464
0,06789478

Розрахунок за формулою

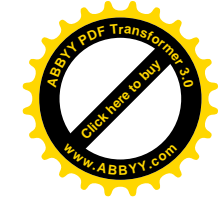
$$\sigma_{y'} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{y'}}}. \quad (1.1.13)$$

Таблиця 19. Розрахунок в матричній формі

m(f)
0,007146
0,0071
0,00553
0,006078
0,005494
0,005057
0,005185
0,004832
0,005131
0,005655
0,004848
0,004781
0,004094
0,003801
0,00388
0,006609
0,004929
0,003453



0,003347
0,003438
0,004456
0,004554
0,003341
0,005372
0,002845
0,002845
0,003153
0,002989
0,003403
0,005457
0,002793
0,002874
0,003452
0,003452
0,004306
0,003134
0,004405
0,005078
0,003793
0,003867
0,004265
0,004705
0,003401
0,005029
0,004875
0,004695
0,004282
0,007936
0,004543
0,004543
0,003581
0,003368
0,004024
0,004077



0,003467
0,003554
0,004329
0,003797
0,003649
0,005809
0,003744
0,004269
0,004065
0,006864
0,004032
0,004317
0,005285
0,004567
0,005263
0,004797

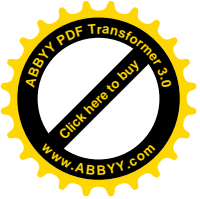
Розроблена нами контрольна формула оцінки точності зрівноваженої функції [15,-с.69]

$$Y = aX_1 + bX_2 + c \quad (1.1.14)$$

вперше апробується в даній монографії

$$m_Y = \sqrt{m_a^2 X_1^2 + m_b^2 X_2^2 + m_c^2 X_0^2 + 2\mu^2 (Q_{12} X_1 + Q_{13} X_2 + Q_{23} X_1 X_2)} \quad (1.1.15)$$

У формулі (1.1.15) Q_{12}, Q_{13}, Q_{23} - елементи оберненої матриці Q



$$Q = N^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix}, \quad (1.1.16)$$

m_a, m_b, m_c – середні квадратичні похибки апроксимованих коефіцієнтів a, b, c ;

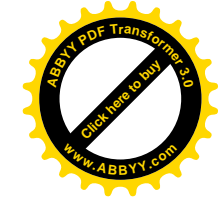
X_1, X_2, X_0 – елементи матриці початкових рівнянь X .

Комп'ютерна формула має вигляд

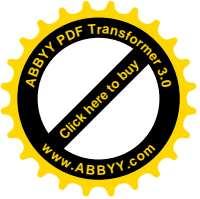
$$= (\$A\$104^2 * A\$W3^2 + \$A\$105^2 * A\$X3^2 + \$A\$103^2 * A\$V3^2 + 2 * \$A\$76^2 * (\$A\$87 * A\$W3 + \$A\$88 * A\$X3 + \$A\$88 * A\$X3 * A\$W3))^0,5 \quad (1.1.17)$$

Таблиця 20. Контрольний розрахунок

m(f)''
0,007146
0,0071
0,00553
0,006078
0,005494
0,005057
0,005185
0,004832
0,005131
0,005655
0,004848
0,004781
0,004094
0,003801
0,00388
0,006609
0,004929
0,003453



0,003347
0,003438
0,004456
0,004554
0,003341
0,005372
0,002845
0,002845
0,003153
0,002989
0,003403
0,005457
0,002793
0,002874
0,003452
0,003452
0,004306
0,003134
0,004405
0,005078
0,003793
0,003867
0,004265
0,004705
0,003401
0,005029
0,004875
0,004695
0,004282
0,007936
0,004543
0,004543
0,003581
0,003368
0,004024
0,004077



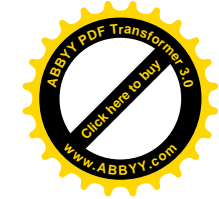
0,003467
0,003554
0,004329
0,003797
0,003649
0,005809
0,003744
0,004269
0,004065
0,006864
0,004032
0,004317
0,005285
0,004567
0,005263
0,004797
0,005827

по

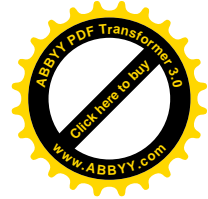
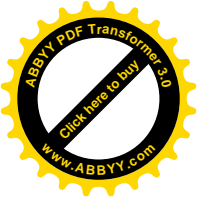
Літнарівичу

Таблиця 21. Порівняльна таблиця істинних і абсолютних похибок імітаційної моделі

№	Абсолютні	Істинні	Сума
1	-0,03845	0,015044	-0,05349
2	-0,04102	-0,01221	-0,02881
3	-0,02197	0,015582	-0,03756
4	-0,04296	0,001496	-0,04446
5	0,005448	-0,00081	0,00626
6	-0,01495	-0,00567	-0,00928
7	-0,03339	-0,00184	-0,03155
8	-0,01609	0,003825	-0,01992
9	-0,02327	-0,01203	-0,01124
10	0,015928	-0,01207	0,028002



11	-0,01838	-0,00837	-0,01001
12	-0,0337	-0,01154	-0,02216
13	-0,01331	-0,00835	-0,00496
14	0,004924	-0,00774	0,012667
15	0,031114	0,015579	0,015535
16	0,097107	-0,00537	0,102474
17	0,08104	0,014227	0,066814
18	-0,01567	-0,00098	-0,01469
19	0,004331	-0,01414	0,018468
20	0,025566	-0,00596	0,031522
21	-0,02161	0,014809	-0,03642
22	0,076959	-0,01191	0,08887
23	0,06324	0,004977	0,058262
24	-0,03807	0,010323	-0,04839
25	1,55E-05	0,012687	-0,01267
26	-0,0165	0,014938	-0,03143
27	0,018745	0,001584	0,017162
28	0,01744	-0,01121	0,028653
29	0,018352	0,014572	0,003781
30	0,105149	-0,00424	0,109388
31	0,003682	-0,01479	0,018467
32	-0,00397	0,003533	-0,00751
33	0,040745	0,008309	0,032436
34	0,028043	0,002662	0,025381
35	0,048043	-0,00502	0,053065
36	-0,05358	-0,0068	-0,04678
37	0,014787	0,002823	0,011964
38	-0,04201	0,015393	-0,05741
39	-0,04377	0,012014	-0,05578
40	0,029882	-0,01474	0,044618
41	0,033531	-0,00711	0,040643
42	0,071475	0,001367	0,070108
43	-0,0454	-0,00449	-0,04091
44	0,01285	0,001935	0,010916
45	-0,05999	-0,01142	-0,04857
46	-0,04622	0,000121	-0,04634



47	-0,03622	-0,00777	-0,02845
48	0,03217	-0,00382	0,035994
49	-0,03244	-0,00271	-0,02973
50	-0,0388	-0,00663	-0,03217
51	-0,04055	0,01118	-0,05173
52	0,021205	-0,00984	0,03104
53	0,006749	-0,00752	0,014266
54	-0,02772	0,014463	-0,04219
55	-0,00042	-0,01401	0,013582
56	0,015927	-0,01293	0,028858
57	-0,02395	-0,00801	-0,01594
58	-0,02935	0,00551	-0,03486
59	-0,0003	0,012436	-0,01273
60	-0,06034	-0,00588	-0,05445
61	-0,00558	0,005105	-0,01068
62	0,047124	-0,0011	0,048226
63	0,021846	0,003355	0,018491
64	-0,06533	-0,00202	-0,06331
65	0,006892	-0,01301	0,019898
66	0,054674	-0,01478	0,069451
67	-0,04481	0,015219	-0,06003
67	-0,01656	0,015904	-0,03247
69	-0,01834	0,010563	-0,0289
70	0,041664	0,015805	0,025858
71	0,028317	0,011467	0,01685
Σ	-3,3E-16	-2E-16	-1,3E-16

ВИСНОВКИ

1. Так як $F_{табл} < F_{розр}$ $3,130 < 240,209$, то з надійністю $P=0.95$ можна вважати, що побудована нами математична модель відповідає експериментальним даним і її можна використовувати для практичних розрахунків.

2. Статистично значимим являється коефіцієнт a $t(a)=3,650$, що більше $1,995$; $t(c)=12.459$.

3. Статистично значимим є коефіцієнт b $t(b)= 10,458$.

4. Середня квадратична похибка одиниці ваги $\mu= 0,0228$ кг.

5. Середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів:

$m(a)= 0,06049$; $m(b)= 0,00400$; $m(c)=0.05136$.

6. За результатами досліджень нами отримана формула

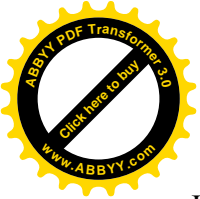
$$Y = 0.22077969X_1 + 0,041884X_2 + 0,63989, \quad (4.9)$$

де Y - вага (кг); X_1 - ріст (метри); X_2 -вік(роки).

7. Коефіцієнт кореляції $r = R=0.936$ говорить про високий зв'язок між X і Y .

8. При точності виміру ваги дітей в 10 грам забезпечується повна адекватність моделі експериментальним даним.

9. Так як для фактичної моделі $\mu=1,559$, а для імітаційної моделі $\mu=0,0228$ кг, що говорить про наявність відхилення в розвитку деяких дітей від норми



ЗАКЛЮЧЕННЯ

На основі проведених досліджень нами встановлено:

1. Побудована і досліджена математична модель залежності росту X_1 і ваги дітей X_2 від віку Y (пряма задача) на основі даних антропометричних досліджень дитячого дошкільного навчального закладу «Барвінок» Рівненської області Рокитнівського району с. Карпилівки

$$Y = 8.702405X_1 + 0.1166147X_2 - 6.79568, \quad (2.1.1)$$

2. Побудована і досліджена математична модель залежності росту дітей X_1 і їх віку X_2 від ваги Y (обернена задача)

$$Y = 19.69064X_1 + 0.642315X_2 - 6.53052, \quad (3.1.1)$$

3. Побудована і досліджена математична модель залежності віку дітей X_1 і їх ваги X_2 від росту Y (обернена задача)

$$Y = 0.03092X_1 + 0.012702X_2 + 0.704188, \quad (3.2.2)$$

4. Побудована і досліджена імітаційна математична модель залежності ваги дитини Y від росту X_1 і віку X_2 (обернена задача)

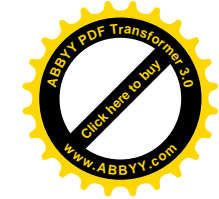
$$Y = 0.200458X_1 + 0.041781X_2 + 0.661856. \quad (4.9)$$

5. Встановлено: При точності виміру ваги дітей з точністю в 0,01 кг, забезпечується повна адекватність моделі експериментальним даним.

6. Точність визначення ваги $\mu=1,559$ кг говорить про наявність відхилення в розвитку деяких дітей від норми

7. На основі проведених досліджень появляється можливість встановлювати нормальний розвиток конкретної дитини для даного регіону, прогнозувати цей розвиток і, при необхідності, корегувати його

8. Нормальний розвиток дитини залежить від конкретної географічної прив'язки (широти, довготи).



ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА

1. Бернацька О.М., Тимчук О.С. Побудова математичної моделі залежності росту дитини від віку і її дослідження методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом третього степеня. Модель ППП 81-14. Науковий керівник Р.М.Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2008,- 32 с.

2. Бугір М.К. Математика для економістів. Посібник. - К.: Видавничий центр «Академія», 2003,- 520 с.

3. Бура І.В. Дослідження точності впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті методом статистичних випробувань Монте Карло. Модель ГБ 41-14. Науковий керівник Р.М.Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2009,- 32 с.

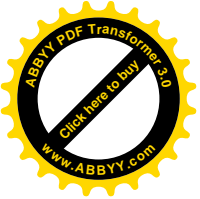
4. Валецький О.О., Джунь Й.В. Методи створення послідовностей рівномірно розподілених випадкових чисел та їх застосування. // Збірник наукових праць викладачів та студентів факультету кібернетики МEGУ. Рівне: Тетіс, 2008,- с.66-69.

5. Джунь Й.В., Валецький О.О. Про одну невідому особливість числа π . // Збірник наукових праць викладачів та студентів факультету кібернетики МEGУ. Рівне: Тетіс, 2008,- с.59-65.

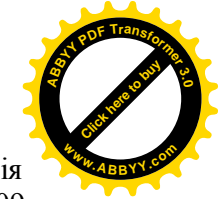
6. Джунь Й.В., Валецький О.О. Про нову, невідому властивість числа π . // Тези доповіді на X Міжнародній конференції «Економічні та гуманітарні проблеми розвитку суспільства у III тисячолітті». Рівне 3-5.10.2007 р.

7. Джунь А.Й. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ДА-50. Науковий керівник Р.М.Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2009,- 32 с.

8. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам і програмам на мові БейСІК для персональних ЕВМ.-М. Наука, 1989,-240 с.



9. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. -М.: Наука, 1976,- 319 с.
10. Корнілова Н.Ф., Драпко Д.О. Побудова математичної моделі залежності ваги дитини від віку і її дослідження методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП81-14. Науковий керівник Р.М.Літнарвич. МEGУ, Рівне, 2009,- 32 с.
11. Літнарвич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Частина 1. Побудова істинної моделі. МEGУ, Рівне, 2006,-45 с.
12. Літнарвич Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань Монте Карло. Істинна модель. Апроксимація поліномом першого степеня. МEGУ, Рівне,- 2009,- 32 с.
13. Літнарвич Р.М. Побудова і дослідження економіко-математичної моделі поліномом m -го порядку. Вісник МEGУ. Збірник наукових праць. Серія: Системні науки та кібернетика. Випуск 1. МEGУ, Рівне, 2009.- с.41-51.
14. Літнарвич Р.М. Застосування способу найменших квадратів до обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів. Частина 2. Курс лекцій. МEGУ, Рівне, 2007.- 110 с.
15. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Множинний аналіз. Частина 1. МEGУ, Рівне, 2009.-127с.
16. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Поліноміальна апроксимація. Частина 2. МEGУ, Рівне, 2009.-36с.
17. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Онтодидактика поліноміальної апроксимації. Частина 3. МEGУ, Рівне, 2009.-32с.
18. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Побудова і дослідження істинної



- моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня. Частина 4. МEGУ, Рівне, 2009.- 43с.
19. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Теоретико-методологічні основи побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи. Частина 5. МEGУ, Рівне, 2009.-100с.
20. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Модель пункту GPS спостережень. Частина 6. МEGУ, Рівне, 2009.-104с.
21. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Залежність ваги дітей від віку. Частина 7. МEGУ, Рівне, 2010,- 84 с.
22. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Залежність росту дітей від віку. Частина 8. МEGУ, Рівне, 2010,- 84 с.
23. Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Залежність росту дітей від ваги. Частина 9. МEGУ, Рівне, 2010,- 84 с.
24. Літнарвич Р.М., Кравцов М.І. До питання оцінки точності визначення координат пункту із GPS спостережень. Інженерна геодезія. Вип. 50, К.:КНУБА, 2004,-с.125...134.
25. Літнарвич Р.М. Основи космічної геодезії. Лабораторний практикум . ЧДІЕіУ, Чернігів, 2002.-90 с.
26. Літнарвич Р.М., Кравцов М.І. Перехід від геодезичних координат загально земного еліпсоїда до плоских конформних Гаусса-Крюгера. Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землевпорядкування. - Європейський досвід. ЧДІЕіУ, Чернігів, 2005,-с.44...49.
27. Методичні вказівки до лабораторної роботи на тему: "Визначення координат пункту за вимірними псевдо відстанями, отриманими із GPS спостережень" для студентів всіх спеціальностей геодезичного факультету Державного університету «Львівська політехніка» /укладення

А.Т.Дульцев, І.М.Цюпак.-Львів: ДУ «Львівська політехніка», 1977,- 20 с.

28.Ромакін М.І. Математический аппарат оптимизационных задач.-М.:Статистика, 1975,112 с.

29. Ржевский С.В.,Александрова В.М. Дослідження операцій. Підручник.- К.:” Академвидав“, 2006,-560 с.

30. Программирование, отладка и решение задач на ЭВМ единой серии. Язык Фортран. Учебн. Пособие для вузов/И.А.Кудряшов,Н.Х.Кушнер, Л.В. Петрова,Н.А.Силов; Под ред.И.А.Кудряшева.-Л.:Энергоатомиздат,1988,-208 с.

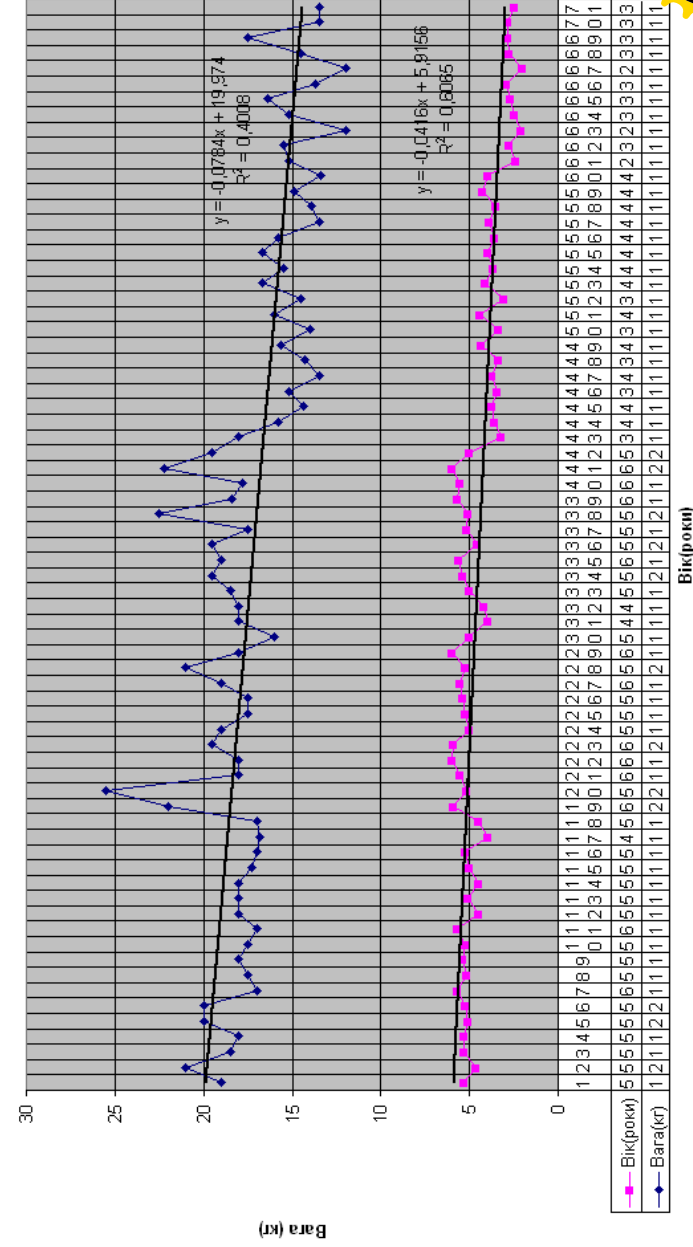
31. Тойберт П. Оценка точности результатов измерений: пер. с нем. – М.: Энергоатомиздат, 1988,-88 с.

32.ТолбатовЮ.А.Економетрика.Тернопіль.Видавництво «Підручники і посібники »,2008,-288 с.

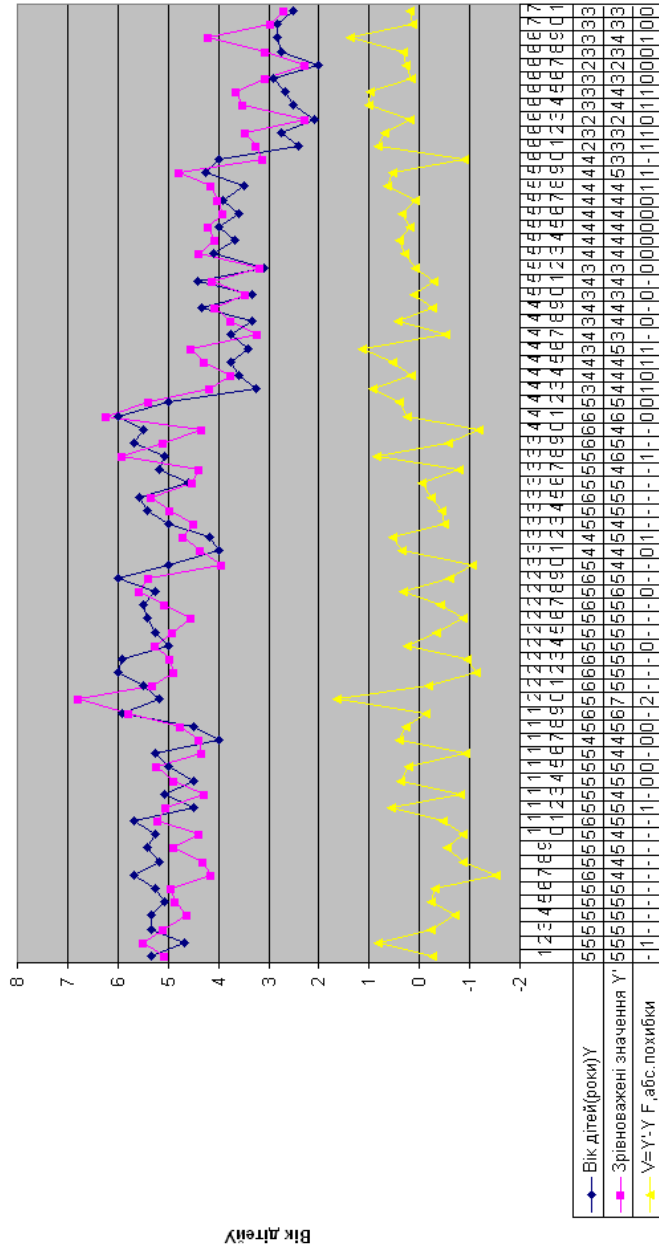
33. Якимчук А.Й.Побудова і дослідження математичної моделі пункту GPS спостережень методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ДА – 50. МEGУ, Рівне, 2010, - 112 с.

ДОДАТКИ

ЗАЛЕЖНІСТЬ ВАГИ ДИТИНИ ВІД ВІКУ (не ранжирований ряд)

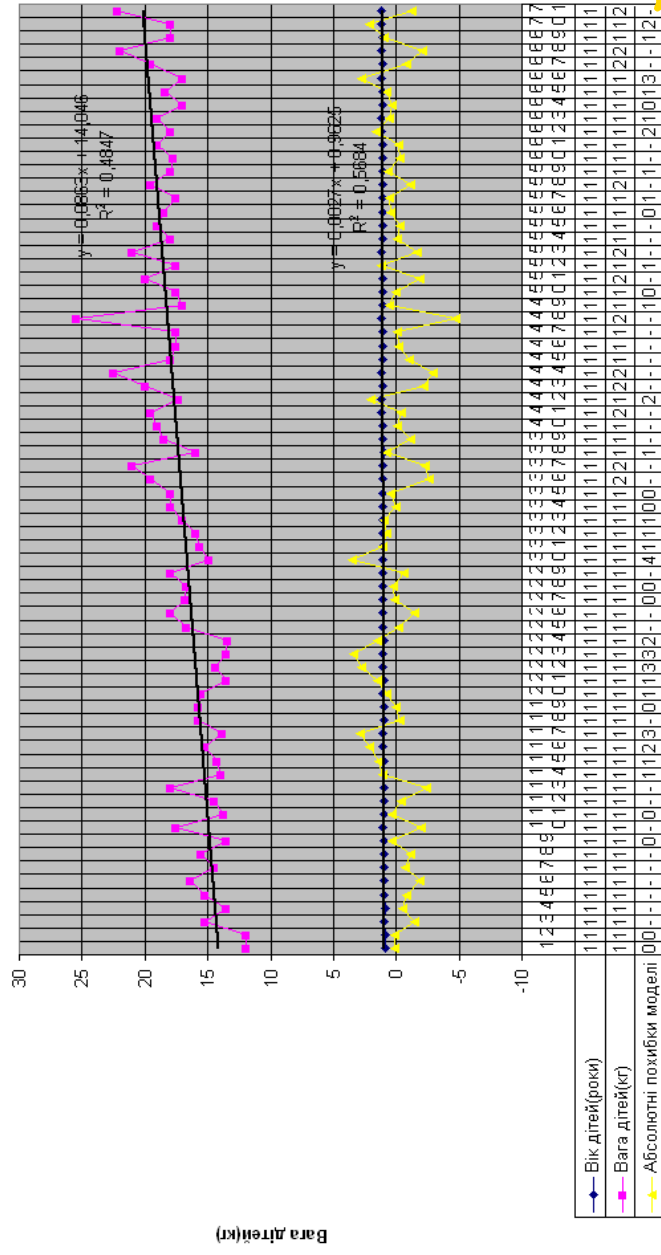


Статистичні і зрівноважені значення віку дітей Y(не ранжирований ряд)



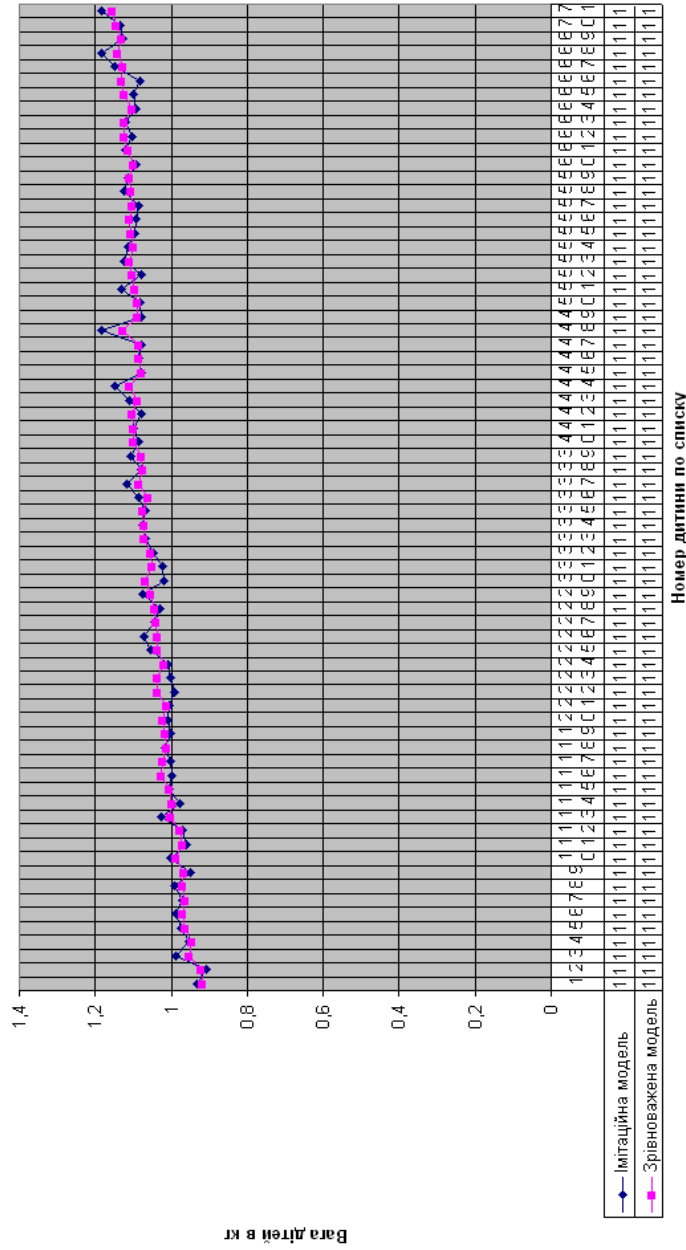
Вік дітей

Залежність ваги дітей від віку(ранжирований ряд)



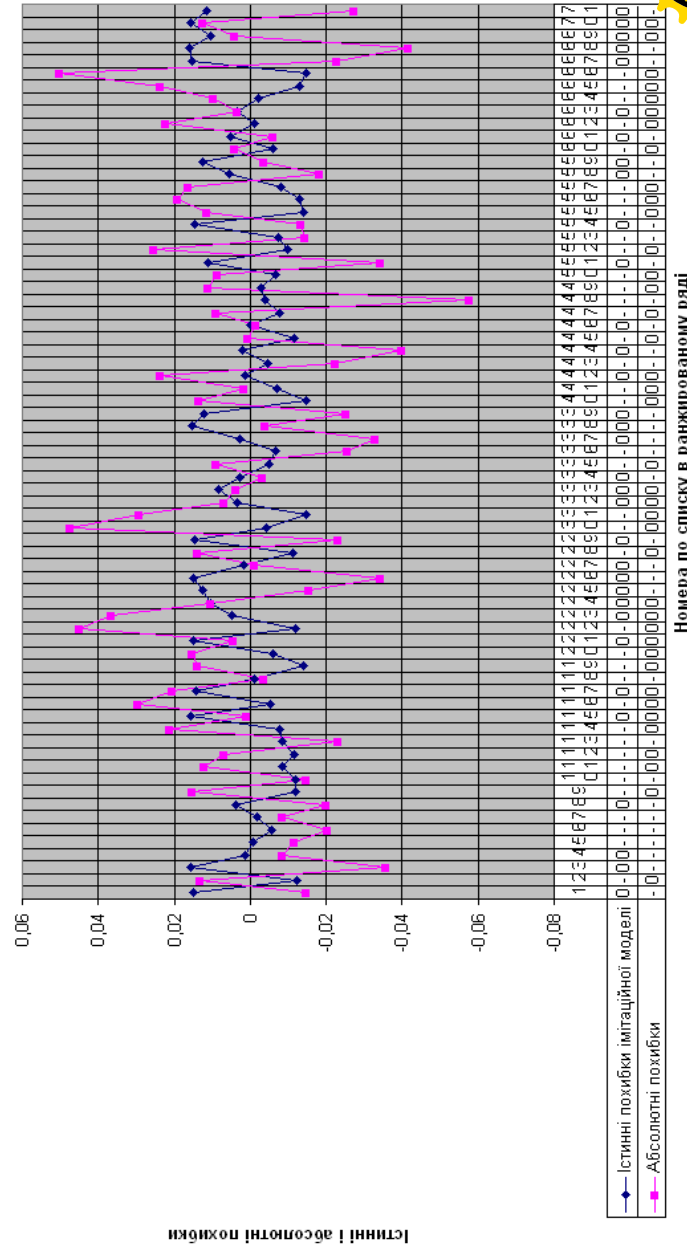
Вага дітей(кг)

Імітаційна і зрівноважена моделі



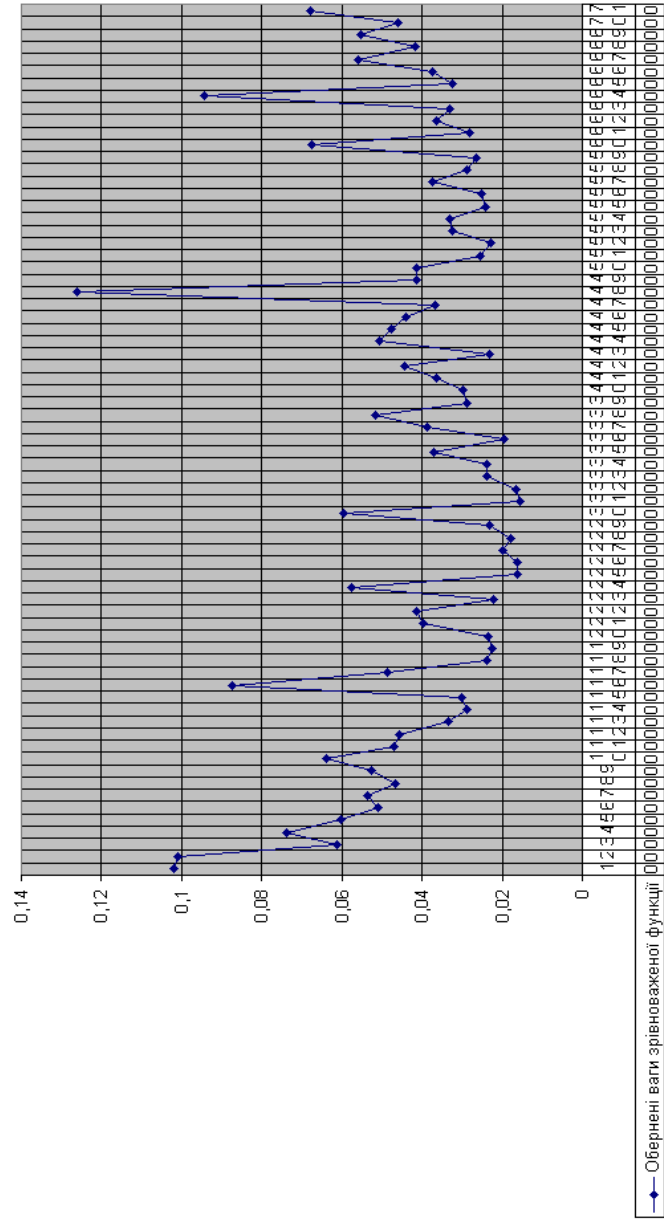
Варіант в кт

Істинні і абсолютні похибки імітаційної моделі

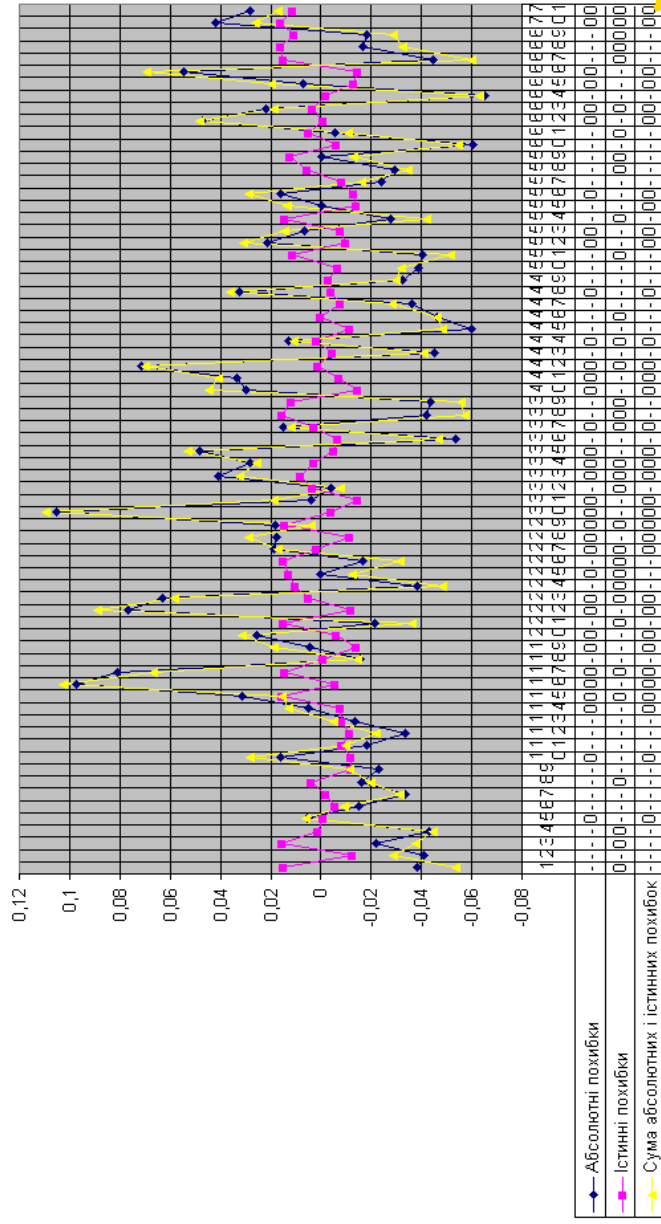


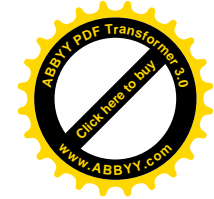
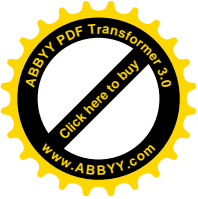
Істинні і абсолютні похибки

Обернені ваги зрівноваженої функції

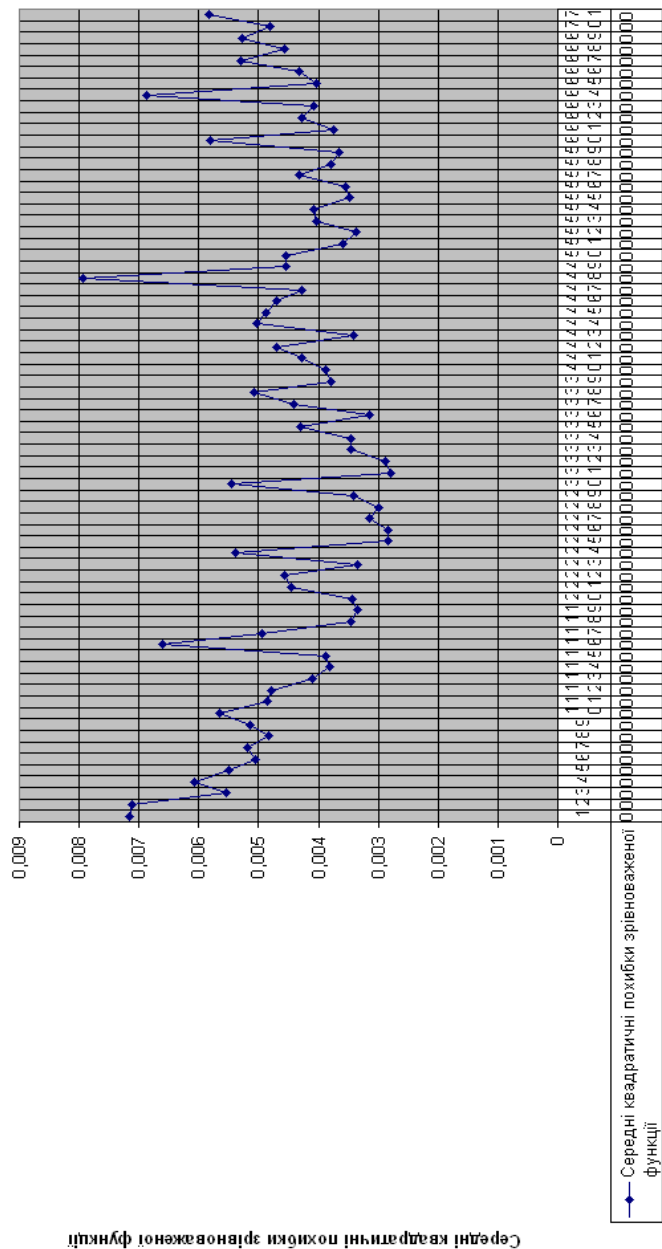


Абсолютні і істинні похибки та їх сума





Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції



Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

Р.М.ЛІТНАРОВИЧ

КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

ЗАЛЕЖНІСТЬ РОСТУ І ВАГИ ДІТЕЙ ВІД ВАГИ ЧАСТИНА 10

Наукове видання

Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в редакторі Microsoft®Office® Word 2003 Р.М. Літнорович

Міжнародний економіко-гуманітарний університет

ім.акад. Степана Дем'янчука

Кафедра математичного моделювання

33027,м.Рівне,Україна
Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1
Телефон:(+00380) 362 23-73-09
Факс:(+00380) 362 23-01-86
E-mail:mail@regi.rovno.ua